

# 基于全变分的高分辨SAR联合特征增强成像算法

黄博\*, 周劼, 江舸

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** 稀疏约束下的合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像技术,通过对稀疏先验建模的稀疏特征进行增强,能有效获取目标特显点的有用信息,但无法对目标的结构特征进行恢复,且对不可避免的非系统误差十分敏感。为此,提出一种依靠交替方向多乘法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)面向结构特征增强的稀疏恢复高分辨SAR成像(Structure-feature Enhancement-ADMM, SE-ADMM)算法。该算法引入全变分(Total Variation, TV)正则项建模结构特征,起到增强结构的作用;引入 $\ell_1$ 范数建模稀疏特征,起到压制噪声作用;引入最小熵范数建模聚焦特征,以保证算法对非系统乘性误差的不敏感性。在ADMM多特征优化框架下,利用“局部-全局”的运算机制,首先分别进行三个特征的邻近算子推导,以获得对应特征解析解,再进行目标全局优化保证特征解之间的协调平衡,以实现目标的多特征增强。另外,ADMM多特征优化框架下变量分裂和多正则项的引入,保证了算法的效率和稳健性。实验部分先后选取SAR仿真数据与实测数据来验证算法的有效性,通过相变热力学定量分析所提算法的恢复性能,进而验证了所提SE-ADMM算法的稳健性与优越性。

**关键词:** 合成孔径雷达; 特征联合增强; 交替方向多乘法; 邻近算子; 全变分

**文献标识码:** A

## Joint feature enhancement for high resolution SAR imaging based on total variation regularization

HUANG Bo\*, ZHOU Jie, JIANG Ge

(Institute of Electronic Engineering, Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China)

**Abstract:** Synthetic Aperture Radar (SAR) imaging under sparse constraint can effectively obtain useful information of the target's distinctive points by enhancing the sparse features with the sparse prior representation. However, this process cannot recover the structure feature of the target, and it is very sensitive to inevitable non-systematic errors. To this end, this paper proposes a sparse recovery high-resolution SAR imaging algorithm for Structure feature Enhancement based on Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) method (SE-ADMM). The algorithm introduces Total Variation (TV) regular term to characterize structural features and play a role in enhancing the structure, introduces  $\ell_1$  norm to represent sparse features, which can suppress noise, and the entropy norm is introduced to characterize the focusing feature to ensure that the algorithm is insensitive to non-systematic errors. Under the framework of ADMM multi-feature optimization, the "Local-Global" operation mechanism is used to first derive the proximal operators of the three features respectively to obtain the corresponding feature analytical solutions, and then perform the target global optimization to ensure the coordination and balance between the feature solutions. In addition, the reference of multi-splitting variables and multi-regular under the ADMM multi-task framework ensures the efficiency and robustness of the algorithm. In the experimental part, the simulation data and measured data of SAR are selected successively to verify the effectiveness of the algorithm. The recovery performance of the proposed algorithm was quantitatively analyzed through phase transition analysis, and the robustness and advantages of SE-ADMM algorithm proposed in this paper are further verified.

**Key words:** synthetic aperture radar (SAR), feature synergistic enhancement, alternating direction method of multipliers (ADMM), proximal mapping, Total Variation (TV)

收稿日期: 2020-12-27, 修回日期: 2021-07-07

Received date: 2020-12-27, Revised date: 2021-07-07

基金项目: 装备预研基金重点项目(661406190101)

Foundation items: Equipment Pre-research Fund (661406190101)

作者简介(Biography): 黄博(1986—),男,四川绵阳人,助理研究员,博士生,主要研究领域为雷达信号处理、雷达高度表设计. E-mail: vick123y@163.com

\*通讯作者(Corresponding author): E-mail: vick123y@163.com

## 引言

毫米波位于微波与红外波段之间,应用到合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)上,提取目标细节特征的能力更强,易于实现目标的探测和识别。SAR作为一种主动型微波遥感方式,不受昼夜更替,天气变化的影响,具备全天时、全天候的优点<sup>[1-3]</sup>。提取目标的有效特征可以提升目标的探测和识别率,因此提取目标特征成为现今SAR领域研究热点。针对SAR目标的特征提取,稀疏特征增强是现在研究的热点,因为目标的若干有效特显点可建模目标大量有用信息,文献[4]提出增强SAR图像的稀疏特征可有效起到提高SAR成像分辨率、抑制相干斑等作用,因此稀疏特征增强方法成为SAR成像领域的研究热点<sup>[5]</sup>。尤其在毫米波雷达应用中,目标散射特征的细节特征分辨潜力更大,在毫米波SAR成像中结合特征增强算法,具有明显的实际意义。压缩感知(Compressed Sensing, CS)技术<sup>[6]</sup>的提出为SAR稀疏信号恢复与稀疏特征增强提供可行性,当信号在某个域中是可以稀疏表示的,则压缩感知技术可利用低维观测通过求解最优化问题来恢复高维原始信号,此过程能有效地抑制观测噪声,同时区别于传统傅里叶成像方式,可有效降低旁瓣,因此压缩感知技术为稀疏特征增强算法发展提供了便利条件。常见的稀疏恢复算法有稀疏贝叶斯算法以及凸优化算法等<sup>[4]</sup>,然而这些算法存在计算需求大,对乘性误差敏感等问题,因此单一的稀疏特征已很难满足获得高质量的雷达成像需求,为了得到更好的SAR成像结果,多特征的联合增强势在必行。目标的结构特征在目标稀疏恢复过程中也受到重视,建模结构特征的正则项得到发展,其中全变分正则项<sup>[7]</sup>(Total Variation, TV)具有强大的优化功能,其利用数据梯度信息,能够较好地突出SAR成像目标的结构信息,并且起到一定程度抑制噪声的作用。

受天气等不可避免因素影响,机载雷达会产生偏离预定航迹的位移,进而造成非系统乘性误差,导致无法得到聚焦的SAR成像结果。为了更好地增强目标有用特征,得到高分辨SAR成像结果,进行雷达回波数据运动误差的补偿是势在必行的。传统的补偿非系统乘性算法中,最小熵自聚焦<sup>[8]</sup>(Minimum Entropy Autofocus, MEA)算法通过优化图像熵值进而得到非系统乘性误差,该方法稳健性强,适用条件广,在强噪声环境仍能保证性能。文

献[4]构建了最小熵范数正则项,其作为恢复目标的先验项,能在保相的基础上,建模目标的聚焦特征,以有效地实现算法对非系统乘性误差的不敏感性。

传统的多特征增强多为串行方式,多特征增强级联实现,误差传递现象严重。并行的联合多特征增强方式能尽可能减少此情况,其中文献[9]基于贝叶斯学习理论非系统乘性误差补偿以及稀疏恢复,但算法计算效率低。文献[10]在稀疏恢复的基础上进行结构特征的增强,但作用场景适用范围有限,不能处理结构较复杂的场景数据。综上,多个特征协同增强下的效率和稳健性是很难解决的问题。交替方向多乘子方法<sup>[11]</sup>(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)可以很好地实现多任务协同工作,能解决在很多正则项约束下的最小化误差的求解问题,在机器学习中被广泛应用。ADMM具有可分解性,即通过分解协调过程,将大的全局问题分解为多个较易解决的局部子问题,并通过协调子问题的解而得到大规模的全局问题的解,计算效率高<sup>[4]</sup>。此外,ADMM框架引入拉格朗日乘子,使其具有稳健性强的优势,因此本文考虑使用ADMM构建多任务学习框架来实现多特征的联合增强。

本文针对传统稀疏恢复算法无法对目标的结构特征进行恢复以及对非系统乘性误差敏感的问题,提出了一种面向联合特征联合协同增强的SE-ADMM算法。该算法通过添加全变分正则先验来增强目标结构特征,提高雷达成像数据的连续性和结构完整性;用 $\ell_1$ 范数正则先验来增强目标稀疏特征,用以压制噪声;同时引入最小熵范数保证算法对非系统乘性误差的不敏感性。在ADMM多特征优化框架下更新三个特征解的更新表达式以完成目标的多特征增强。文章应用了多组实验数据证明SE-ADMM算法在稀疏恢复的同时,增强目标结构和处理非系统乘性误差的有效性,并做相变热力图实验与传统方法比较来证明SE-ADMM算法的优越性。

## 1 回波信号模型

本文面向SAR模式提出回波信号模型。根据合成孔径原理,SAR利用雷达载机或目标运动形成的相对位移形成虚拟合成孔径来实现多脉冲回波的相干累积,进而实现场景目标的高分辨成像。如图1,设置以O为中心的三维空间坐标系,其中SAR平台以速度 $v$ 行驶,SAR平台到目标场景中心的参

考距离矢量为  $\mathbf{R}_0$ ,  $\mathbf{q}_0$  为天线相位中心相对坐标中心  $O$  的位置矢量, 设地面目标位置矢量为  $\mathbf{r}_i(t)$ , 待成像目标到  $\mathbf{q}_0$  的理想情况距离可以表示为  $R(t) = |\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{q}_0(t)|$ , 其中  $t$  表示时间。此时, 目标理想斜距可按照泰勒公式在参考斜距  $|\mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t)|$  处展开成:

$$R(t) = \left\| \mathbf{R}_0 + \mathbf{r}^p - \mathbf{q}_0(t) \right\|_2 = \left\| \mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t) \right\|_2 + \frac{\mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t)}{\left\| \mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t) \right\|_2} \mathbf{r}^p + \mathcal{O}(r^p), \quad (1)$$

式(1)中  $\mathbf{r}^p = (x_p, r_p)$  表示任意第  $p$  个地面静止散射点在方位向和距离向的位置矢量,  $\mathcal{O}(\cdot)$  表示高阶项, 可不作考虑<sup>[9]</sup>。

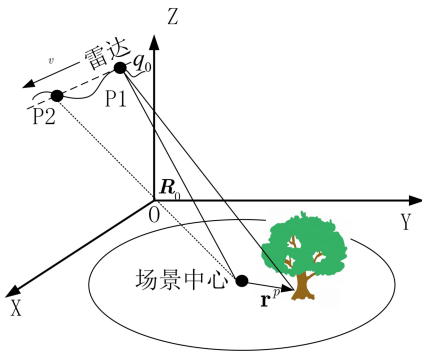


图1 SAR成像几何模型

Fig. 1 SAR imaging geometric schematic

式(1)为理想情况下的运动轨迹, 然而实际雷达平台受多种因素影响, 很难按照预定航线行驶, 因此引入变量  $\Delta r(t)$  表示机载平台的运动偏差矢量在波束方向的映射标量, 则接收到的任意目标回波可以表示为

$$S_0(k, t) = P(k) \sum_p \eta_p \exp[-jkR_p(t)] \exp[jk\Delta r(t)] + n(t), \quad (2)$$

式(2)中  $k$  表示距离波数变量,  $P(k)$  表示发射信号调制函数,  $\eta_p$  表示成像目标的不同散射强度变量,  $n(t)$  表示干扰。定义距离向单位向量  $\hat{r}$  和方位向单位向量  $\hat{x}$  以实现坐标变换, 可以得到参考距离矢量  $\mathbf{R}_0 = R_0 \hat{r}$ , 天线相位中心位置矢量  $\mathbf{q}_0(t) = u\hat{x}$ , 有  $u = vt$ , 结合式(1)和(2), 可得成像目标回波表达式为

$$S_0(k, t) = P(k) \sum_p \exp \left\{ -jk \left( \sqrt{R_0^2 + u^2} + \frac{R_0 y_p - u x_p}{\sqrt{R_0^2 + u^2}} \right) \right\} \exp[jk\phi(k, t)] + n(k, k_x), \quad (3)$$

式(3)中  $\phi(k, t)$  表示不可避免的非系统乘性误差, 公式(3)经过方位向 dechirp 及极坐标插值算法 (Polar Formation Algorithm, PFA)<sup>[9]</sup> 处理, 取  $k_r = R_0 k / \sqrt{R_0^2 + u^2}$ ,  $k_x = -uk / \sqrt{R_0^2 + u^2}$ ,  $k_x = -vt'k_0 / R_0$ ,  $t'$  表示插值后的时间, 与  $k_x$  线性相关。可得 SAR 模式的数据域表达式为

$$S_0(\bar{r}, t') = \sum_i \text{sinc}(r - y_i) \exp \left( j2\pi \frac{2vx_i}{\lambda R_0} t' \right) \exp(-j\Delta\varphi(t')) + n(\bar{r}, t') \quad (4)$$

式(4)中  $\bar{r}$  表示距离向位置变量,  $\Delta\varphi(t')$  表示非系统乘性误差, 上式的回波信号可以用矩阵形式表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{EAX} + \mathbf{N}, \quad (5)$$

式(5)  $\mathbf{Y}$  表示距离压缩预处理后的 SAR 数据,  $\mathbf{X}$  为待恢复的目标或图像, 相应像素对应了方位向和距离向位置,  $\mathbf{N}$  为加性的噪声、杂波和干扰等,  $\mathbf{A}$  为方位向傅里叶字典, 根据上述讨论  $\mathbf{A}$  可表示为

$$\mathbf{A} = \left[ \mathbf{a}(f_d(1)) \cdots \mathbf{a}(f_d(N)) \right], \quad \mathbf{a}(f_d(n)) = \left[ e^{-j2\pi f_d(n)t_1} \cdots e^{-j2\pi f_d(n)t_N} \right]^T, \quad (6)$$

式(6)中,  $[\cdot]^T$  表示矩阵转置操作符。

## 2 结构特征增强 SAR 稀疏恢复算法

### 2.1 多特征联合增强框架

鉴于 ADMM 方法具有良好的问题可分解性, 从传统的 ADMM 框架出发, 通过增加分裂变量和对偶变量, 同时分离增广拉格朗日函数中的加权分量, 获得一个混合函数来解决多个约束优化问题。其对应约束式问题建模的具体形式可表示为

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \lambda_1 \Theta_1(\mathbf{X}) + \cdots + \lambda_c \Theta_c(\mathbf{X}) \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{Y} - \mathbf{EAX}\|_F^2 \leq \varepsilon$$

式(7)中  $\Theta_c(\mathbf{X})$  表示第  $G$  个约束任务, 即第  $G$  个增强特征,  $\lambda_c$  表示第  $G$  个任务对应调节参数,  $\varepsilon$  表示约束噪声能量参数, 大于零。据 ADMM 解决问题的机制, 把多任务对应到 SAR 多特征增强, 需要使用更为广义的分割方案, 串联多个分裂变量和对偶变量, 即  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_c]^T$  表示分裂变量组, 在此基础上, 可以把公式(7)的多任务优化问题等效转化为

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}} f(\mathbf{X}) + g(\mathbf{Z}), \quad \text{s.t. } \mathbf{KX} - \mathbf{PZ} = \mathbf{S}, \quad (8)$$

式(8)中  $f(\mathbf{X}) = (1/2) \|\mathbf{EAX} - \mathbf{Y}\|_F^2$  约束恢复后 SAR 图像和原图像的近似程度,  $g(\mathbf{Z}) = \sum_c \lambda_g \Theta_g(\mathbf{Z}_g)$  表示  $G$  个特征对应正则项  $\Theta_g(\mathbf{Z}_g)$  的加权求和。通过对矩

阵  $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{S}$  的赋值,可以使目标变量  $\mathbf{X}=\mathbf{Z}_1=\dots=\mathbf{Z}_c^{[4]}$ ,在这种设定情况下,多个同目标变量  $\mathbf{X}$  等价的分裂变量  $\mathbf{Z}_g$  可使 SAR 多特征联合增强问题分解成多个特征的分步式问题,使得复杂问题简单化。在式(8)的基础上,再建立增广拉格朗日函数表达式方程为

$$L_\rho(\mathbf{X},\mathbf{Z},\mathbf{U})=f(\mathbf{X})+g(\mathbf{Z})+\mathbf{U}^H(\mathbf{X}-\mathbf{Z})+(\rho/2)\|\mathbf{X}-\mathbf{Z}\|_F^2, \quad (9)$$

式(9)中  $\rho$  为拉格朗日项参量,  $\|\cdot\|_F^2$  为 F 范数算子,此时多特征增强任务的解可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}} \left\{ g(\mathbf{Z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^k - \mathbf{Z} - \mathbf{D}^k\|_F^2 \right\} \\ \mathbf{D}^{k+1} = \mathbf{D}^k - \mathbf{X}^k + \mathbf{Z}^{k+1} \\ \mathbf{X}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ f(\mathbf{X}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{D}^{k+1}\|_F^2 \right\} \end{cases}, \quad (10)$$

式(10)中  $\mathbf{D}$  表示相对于  $\mathbf{U}$  更一般化的对偶变量,  $k$  是表示算法当前的运算次数。多特征联合增强框架首先实现了目标变量  $\mathbf{X}$  和等价分裂变量组  $\mathbf{Z}$  的最优值求解,再进行对偶变量组  $\mathbf{D}$  的更新,最后把多个分裂变量和对偶变量的值反馈给目标变量  $\mathbf{X}$ ,实现了目标多个特征的协同增强。

## 2.2 多特征分步式优化

为处理稀疏恢复 SAR 成像目标过程中无法对目标的结构特征进行恢复以及对非系统乘性误差敏感的问题,在多特征联合增强框架下分别建立结构特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_1$ 、稀疏特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_2$  和聚焦特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_3$ 。

### 2.2.1 结构特征

首先,进行结构特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_1$  的更新,SE-ADMM 算法引用 TV 范数增强结构特征,其依靠两个维度方向的差分运算能够较好地保存成像数据的结构信息,并且起到很好压制噪声的作用,把 TV 范数正则先验项带入结构特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_1$  的更新公式,可得

$$\mathbf{Z}_1^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}_1} \left\{ \lambda_1 \|\text{TV}(\mathbf{Z}_1)\|_1 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^k - \mathbf{Z}_1 - \mathbf{D}_1^k\|_F^2 \right\}, \quad (11)$$

式(11)这种形式的最优解求解过程可以用软阈值实现,算法中处理的 SAR 回波数据属于复数域,需要对现有的实数软阈值算子改进得到复数软阈值算子。因为 TV 范数正则项利用了数据的梯度信息,来实现成像图像边缘的恢复,可把 TV 范数正则项表示为  $\text{TV}(\cdot) = \sum_{n,m} |\nabla(\mathbf{X}^k(n,m))|$ ,其中  $n$  和  $m$

表示成像数据的坐标信息,则有

$$|\nabla(\mathbf{X}^k(n,m))| = \sqrt{\left( |\mathbf{X}(n,m+1)| - |\mathbf{X}(n,m)| \right)^2 + \left( |\mathbf{X}(n+1,m)| - |\mathbf{X}(n,m)| \right)^2}, \quad (12)$$

为减少误差传递,保证算法对非系统误差的不敏感性和更好的利用 TV 的梯度信息,输入复数软阈值的算子应为经过非系统乘性误差补偿之后的图像数据,令  $\mathbf{W}^{k+1} = \mathbf{A}^H(\mathbf{E}^k)^H \mathbf{A}(\mathbf{X}^k - \mathbf{D}_1^k)$  表示经过第  $k$  次非系统乘性误差校正之后的图像数据,  $\mathbf{E}^k$  表示第  $k$  次运算过程最小熵范数求解中得到的非系统乘性误差矩阵。可以得到结构特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_1$  和对偶变量  $\mathbf{D}_1$  的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_1^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}_1} \left\{ \text{prox}_{\text{TV}(\cdot)}(\mathbf{W}^{k+1}) \right\} \\ \mathbf{D}_1^{k+1} = \mathbf{D}_1^k - \mathbf{X}^k + \mathbf{Z}_1^{k+1} \end{cases}, \quad (13)$$

式(13)中  $\text{prox}$  表示复数软阈值算子。

### 2.2.2 稀疏特征

接下来,进行稀疏特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_2$  的更新,稀疏特征的增强便于提取目标特显点的信息,且能压制噪声等干扰的影响。本文用  $\ell_1$  范数正则项建模稀疏特征,把  $\ell_1$  范数正则项带入稀疏特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_2$  的更新公式,得

$$\mathbf{Z}_2^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}_2} \left\{ \lambda_2 \|\text{vec}(\mathbf{Z}_2)\|_1 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{Z}_2 - \mathbf{D}_2^k\|_F^2 \right\} = \text{prox}_{\lambda_2/\rho}[\mathbf{W}^{k+1}], \quad (14)$$

可得到稀疏特征的解析解  $\mathbf{Z}_2$  和对偶变量  $\mathbf{D}_2$  的表达式,为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_2^{k+1} = \text{prox}_{\lambda_2/\rho}[\mathbf{W}^{k+1}] \\ = \frac{\max\left[ \left( |\mathbf{W}^{k+1}| - \lambda_2/\rho \right), 0 \right]}{\max\left[ \left( |\mathbf{W}^{k+1}| - \lambda_2/\rho \right), 0 \right] + \lambda_2/\rho} (\mathbf{W}^{k+1}), \\ \mathbf{D}_2^{k+1} = \mathbf{D}_2^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_2^{k+1} \end{cases}, \quad (15)$$

在求解  $\mathbf{Z}_2$  时,输入复数软阈值的算子为经非系统乘性误差矩阵  $\mathbf{E}^k$  校正后的  $\mathbf{W}^{k+1}$ ,保证了算法运行过程中可以有效降低误差传递,进而保证联合特征增强效果的精度。

### 2.2.3 聚焦特征

接下来,进行聚焦特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_3$  的更新,聚焦特征的增强是处理雷达原始回波数据的基础根据。本文使用最小熵范数<sup>[5]</sup>增强聚焦特征,表

示为:

$$\Theta_3(\mathbf{Z}_3) = -\frac{1}{E_{Z_3}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 + \ln E_{Z_3}, \quad (16)$$

式(16)中,  $\mathbf{Z}_3(n,m)$ 表示聚焦特征分裂变量解在  $(n,m)$ 处的取值,  $E_{Z_3}$ 是聚焦图像的能量。把熵范数正则项和拉格朗日项结合起来构建收敛性更快的优化函数,可得

$$\mathbf{Z}_3^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}_3} \left\{ -\frac{\lambda_3}{E_{Z_3}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 + \lambda_3 \ln E_{Z_3} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^k - \mathbf{Z}_3 - \mathbf{D}_3^k\|_F^2 \right\} = \arg \min_{\mathbf{Z}_3} \{\Phi(\mathbf{Z}_3)\}, \quad (17)$$

公式(17)中目标函数  $\Phi(\mathbf{Z}_3)$ 是非凸的,求解最优解是困难的,因此对目标函数  $\Phi(\mathbf{Z}_3)$ 的非凸部分进行近似优化,进而得到凸的替代函数  $\Theta(\mathbf{Z}_3; \mathbf{Z}_3^k)$ ,以便求聚焦特征分裂变量解的最优解,替代函数需满足条件<sup>[8]</sup>如下

$$\Phi(\mathbf{Z}_3) - \Phi(\mathbf{Z}_3^k) \leq \Theta(\mathbf{Z}_3; \mathbf{Z}_3^k) - \Theta(\mathbf{Z}_3^k; \mathbf{Z}_3^k) \leq 0 \quad \forall \mathbf{Z}_3, \quad (18)$$

式(18)中  $\mathbf{Z}_3^k$ 是  $\mathbf{Z}_3$ 第  $k$ 次迭代结果,因此对于第  $k+1$ 次运算,  $\mathbf{Z}_3^k$ 为标量。经验证,符合  $\Phi(\mathbf{Z}_3)$ 形式的函数按照一阶泰勒展开后得到替代函数符合替代函数的条件<sup>[5]</sup>。为了进一步简化计算,利用向量范数不等式进行函数转换,再利用泰勒级数展开得到满足替代函数求解条件的  $\Theta(\mathbf{Z}_1; \mathbf{Z}_1^k)$ ,即

$$\Theta(\mathbf{Z}_3; \mathbf{Z}_3^k) = -\frac{\lambda_3}{E_{Z_3}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_3^k(n,m)|^2 + \lambda_3 \ln E_{Z_3} + \left( \frac{\rho}{2} - \frac{\lambda_3}{E_{Z_3}} \right) \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_3(n,m)|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{Z}_3^k(n,m)\|_F^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^k - \mathbf{D}_3^k\|_F^2 \quad (19)$$

式(19)中  $\mathbf{Z}_3^k(n,m)$ 表示第  $k$ 次迭代聚焦解  $\mathbf{Z}_3^k$ 的  $(n,m)$ 处的元素。因为在进行第  $k+1$ 次迭代时,上式中对数部分代入第  $k$ 次迭代的结果,使得原函数的非凸问题得到解决。

设非系统乘性误差矢量为  $\phi = [\phi_1 \cdots \phi_i \cdots \phi_N]$ , 满足  $\mathbf{Z}_3(n,m) = 1/N \sum_{l=0}^{N-1} \exp(j2\pi(\ln/N)) \exp(j\phi_l)$

$\tilde{\mathbf{Y}}_{lm}$ 的等式关系,其中  $\tilde{\mathbf{Y}}_{lm}$ 表示距离向压缩后的未经过聚焦处理的数据,因此对聚焦特征分裂变量解  $\mathbf{Z}_3$ 的优化求解可以转换成对非系统乘性误差  $\phi$ 的优化求解,即

$$\phi^{k+1} = \arg \min_{\phi} \{\Theta(\mathbf{Z}_3(\phi); \mathbf{Z}_3(\phi^k))\}. \quad (20)$$

为了保证求解  $\phi$ 过程的单调性能,此处利用坐标下降法进行运算<sup>[4]</sup>。保留非系统乘性误差  $\phi$ 中的一个特定元素作为自变量,设为  $\phi_i$ ,其余  $N-1$ 个元素的值设置为上一次运算得到的值,为标量,可得到自变量为  $\phi_i$ 的替代函数  $\Theta(\mathbf{Z}_3(\phi_i); \mathbf{Z}_3(\phi_i^k))$ ,经验证得  $\Theta'(\mathbf{Z}_3(\phi_i); \mathbf{Z}_3(\phi_i^k)) \Big|_{\phi_i} = -\dot{\Theta}(\mathbf{Z}_3(\phi_i); \mathbf{Z}_3(\phi_i^k)) \Big|_{\phi_i}$ ,说明替代函数通解满足余弦形式,建立余弦函数,联立方程求解可得非系统乘性误差的解析表达式,即

$$\phi_i^{k+1} = \phi_i^k + \tan^{-1}(-\Theta'(\phi_i^k)/\dot{\Theta}(\phi_i^k)). \quad (21)$$

得到非系统乘性误差  $\phi$ 后,可利用得到的非系统乘性误差字典  $\mathbf{E}$ 求解  $\mathbf{Z}_3$ 以及  $\mathbf{D}_3$ ,过程为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_3^{k+1} = (\mathbf{E}^{k+1})^H \mathbf{A}^H \mathbf{Y} \\ \mathbf{D}_3^{k+1} = \mathbf{D}_3^k - \mathbf{X}^k + \mathbf{Z}_3^{k+1} \end{cases}. \quad (22)$$

聚焦特征的增强实现了算法对不可避免的非系统乘性误差的不敏感性,为并行的稀疏特征和结构特征的增强提供可靠的基础。这种三种特征并行增强的方式为目标的恢复过程提供便利。

#### 2.2.4 目标多特征增强特征

在完成结构特征变量解  $\mathbf{Z}_1$ 、稀疏特征变量解  $\mathbf{Z}_2$ 和聚焦特征变量解  $\mathbf{Z}_3$ 以及其对偶变量  $\mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{D}_2$ 和  $\mathbf{D}_3$ 的求解后,可进行目标变量  $\mathbf{X}$ 的多特征增强求解,该过程可以表示为惩罚项  $(1/2)\|\mathbf{E}_1 \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2$ 和拉格朗日项  $(\rho/2)\|\mathbf{X} - \mathbf{Z}_1^{k+1} - \mathbf{D}_1^{k+1}\|_F^2$ 的联合求最小问题,这类问题是岭回归问题,表示形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ 1/2 \|\mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{D}^k\|_F^2 \right\} \\ &= \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ \frac{1}{2} \text{Tr}[(\mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{Y})(\mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{Y})^H] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\rho}{2} \text{Tr}[(\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{D}^k)(\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{D}^k)^H] \right\}, \quad (23) \end{aligned}$$

式(24)中  $(\cdot)^H$ 为复数矩阵的共轭转置运算符,  $\text{Tr}[\cdot]$ 为矩阵迹运算符。由字典  $\mathbf{A}$ 的构造可得其具备酉矩阵特性,通过求导运算可得到  $\mathbf{X}$ 优化求解公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \left[ \mathbf{A}^H \mathbf{E}^H \mathbf{Y} + \rho (\mathbf{Z}^{k+1} + \mathbf{D}^{k+1}) \right] \cdot (\mathbf{I} + \rho \mathbf{G})^{-1} \\ &= \left[ \mathbf{A}^H \mathbf{E}^H \mathbf{Y} + \rho_1 (\mathbf{Z}_1^{k+1} + \mathbf{D}_1^{k+1}) \right. \\ &\quad \left. + \rho_2 (\mathbf{Z}_2^{k+1} + \mathbf{D}_2^{k+1}) + \rho_3 (\mathbf{Z}_3^{k+1} + \mathbf{D}_3^{k+1}) \right] \cdot \left[ (\mathbf{I} + \rho \mathbf{G})^{-1} \mathbf{I} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

式(25)中 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 和 $\rho_3$ 为调节参数。 $\mathbf{X}$ 的更新实现了目标三个特征的联合增强,特征解之间相互协调。此外,由解析式(25)可见,在 $\mathbf{X}$ 更新求解过程中避免了矩阵求逆,使得整个算法的计算速度相对贝叶斯算法等需要进行矩阵求逆的算法提高很多。具体地,SAR成像中,若距离向采样点为 $M$ ,方位向采样点为 $N$ ,则贝叶斯算法的运算复杂度可归纳为 $O(MN \log N)$ ,SE-ADMM的运算复杂度可归纳为 $O(2M \log N)$ ,运算复杂度低意味着所需的运算资源较少,因此SE-ADMM理论上较为高效。

### 2.2.5 算法流程

综上可总结SE-ADMM算法流程如下表所示:

SE-ADMM算法实现了针对雷达数据三个特征的协同增强。首先设定算法的变量初值和算法运算停止条件;然后分别对分裂变量 $\mathbf{Z}_1$ 、 $\mathbf{Z}_2$ 和 $\mathbf{Z}_3$ 及其对应偶变量 $\mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{D}_2$ 和 $\mathbf{D}_3$ 进行更新,三个特征分裂变量的求解形式都是解析的,因此算法的稳健性和效率都很高;再进行目标变量 $\mathbf{X}$ 的多特征增强更新,并通过判断残差是否满足停止条件来判定是否继续进行更新运算,算法最后输出经过三个特征协同增强后目标变量 $\mathbf{X}$ 。

表1 SE-ADMM算法流程

Table 1 SE-ADMM algorithm flow

<b>步骤1:</b> 设定初值 $\mathbf{X}^0 = \mathbf{Z}^0 = \mathbf{D}^0 = \mathbf{0}$ , $G = 3$ , $k = 0$ ,设定迭代停止准则。	
<b>步骤2:</b> 分步求解:进行对 $\mathbf{Z}_1$ 、 $\mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{Z}_2$ 、 $\mathbf{D}_2$ 、 $\mathbf{Z}_3$ 和 $\mathbf{D}_3$ 的求解	
for $g = G$	
$\mathbf{Z}_1^{k+1} = (\mathbf{E}^{k+1})^H \mathbf{A}^H \mathbf{Y}$ , $\mathbf{D}_1^{k+1} = \mathbf{D}_1^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_1^{k+1}$	(13)
$\mathbf{Z}_2^{k+1} = \text{prox}_{\lambda_2/\rho}[\mathbf{W}^{k+1}]$ , $\mathbf{D}_2^{k+1} = \mathbf{D}_2^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_2^{k+1}$	(15)
$\mathbf{Z}_3^{k+1} = \text{prox}_{\text{TV}(\cdot)}(\mathbf{W}^{k+1})$ , $\mathbf{D}_3^{k+1} = \mathbf{D}_3^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_3^{k+1}$	(22)
end	
$\mathbf{Z}^{k+1} = [\mathbf{Z}_1^{k+1} \ \mathbf{Z}_2^{k+1} \ \mathbf{Z}_3^{k+1}]$ , $\mathbf{D}^{k+1} = [\mathbf{D}_1^{k+1} \ \mathbf{D}_2^{k+1} \ \mathbf{D}_3^{k+1}]$	
$k = k + 1$	
<b>步骤3:</b> 整体优化:对目标变量 $\mathbf{X}$ 的求解	
$\mathbf{X}^{k+1} = \left[ \mathbf{A}^H \mathbf{E}^H \mathbf{Y} + \rho_1 (\mathbf{Z}_1^{k+1} + \mathbf{D}_1^{k+1}) + \rho_2 (\mathbf{Z}_2^{k+1} + \mathbf{D}_2^{k+1}) + \rho_3 (\mathbf{Z}_3^{k+1} + \mathbf{D}_3^{k+1}) \right] \cdot \left[ (\mathbf{I} + \rho \mathbf{G})^{-1} \mathbf{I} \right]$	(24)
<b>步骤4:</b> 若满足停止准则,则进行 <b>步骤5</b> ,结束迭代。否则,进行 <b>步骤2</b> 。	
<b>步骤5:</b> 输出多特征增强结果 $\mathbf{X}$ 。	

## 3 实验结果

为了验证所提SE-ADMM算法用于SAR高分辨成像的有效性、优越性以及增强结构等多个特征的性能,本文利用仿真SAR复数数据和Sandia实测数据对本文所提算法以及传统基于 $\ell_1$ 范数正则化模型的Lasso-ADMM算法<sup>[12]</sup>进行了数据恢复成像对比实验,并画出相变热力图,从多个角度分析本文所提算法在用于SAR高分辨成像时能兼并提升结构特征、稀疏特征以及聚焦特征的优越性能。

### 3.1 仿真SAR复数数据成像对比实验

为了验证本文所提SE-ADMM算法面向SAR数据在结构等多特征联合增强方便的有效性以及相对传统稀疏重建算法Lasso-ADMM<sup>[13]</sup>在增强结构特征上的优越性,实验主要面向结构特征进行数据建模,实验设计了350×350大小的SAR仿真数据,实验数据通过波长为8mm的毫米波得到,其分辨率达0.3m。实验对比了在不同强度噪声环境下算法的恢复性能,并通过计算不同算法恢复数据所成图像与原图相关度以及均方误差值来进行定量分析。信噪比设定为-2dB、-5dB和-8dB,恢复结果如图2所示。图2(a1)、(a2)和(a3)分别是信噪比为-2dB、-5dB和-8dB的仿真复数数据图像,设计场景呈现圆形、五边形和四角星结构。图2(b1)、(b2)和(b3)分别为Lasso-ADMM算法<sup>[12]</sup>成像结果。明显地,当信噪比较高时,算法能在压制噪声的同时,恢复出目标结构,但是随着信噪比的降低,目标的结构特征开始丢失,因为Lasso-ADMM<sup>[12]</sup>针对单一的稀疏特征进行增强,所以不能很好地保留目标结

构,在图 2(b3)中,Lasso-ADMM<sup>[12]</sup>特显点恢复和弱散射点丢失的情况尤为明显。图 2(c1)、(c2)和(c3)分别为本文所提 SE-ADMM 算法的恢复结果,可见目标的结构特征恢复良好,与此同时,背景噪声也得到了有效地压制。此外计算了恢复图像与原图的相关度(COR)<sup>[4]</sup>和归一化均方误差(RMSE)<sup>[4]</sup>进行定量分析。其中 COR 越接近 1,或者 RMSE 越小,说明恢复精度越高,特征增强的效果越好。由分析结果可见,本文所提算法在面向结构特征明显的目标有着优越的恢复性能,能较好地增强目标的结构和稀疏特征。

### 3.2 SAR 实测数据恢复成像对比实验

本组实验选用 Sandia 实验室公开的 SAR 实测数据图像来验证本文所提 SE-ADMM 算法恢复数据成像效果,该实测数据应用 Ka 波段雷达获取,成像分辨率达 0.1m。不同算法的恢复结果如图 3 所示,其中图 3(a)为应用距离多普勒传统算法直接成像的结果,可见地面目标场景受背景噪声影响严重,致使成像对比度低,地面目标结构不突出。图 3(b)是应用 Lasso-ADMM 算法<sup>[12]</sup>的恢复数据成像结

果,明显地,背景噪声得到抑制,地面目标场景的成像对比度高,结构易于辨别,但是牺牲了弱散射点的信息,破坏了场景结构的完整性。图 3(c)为本文所提 SE-ADMM 算法恢复数据所成图像,可见不仅背景噪声得到了很好的抑制,同时目标结构特征完整保留,对草坪部分的结构进行了平滑,使得结构特征完整性增强,验证了 SE-ADMM 算法面向 SAR 成像模式的多特征增强性能。

### 3.3 相变分析实验

为直观地定量评估本文所提 SE-ADMM 算法应用于 SAR 数据成像的性能,本组实验采用相变分析法<sup>[13]</sup>进行对比实验。相变分析法在不同参数下验证算法的恢复性能,通过相变热力图可直观地比较算法的性能。本组实验使用相变分析法进行三个参数下的 Lasso-ADMM<sup>[12]</sup>和 SE-ADMM 的对比实验,变化参数分别设定为:信噪比-降采样率和稀疏度-降采样率。本文采用图 2 所示的仿真 SAR 数据进行 50 次独立同分布蒙特卡洛实验,首先进行稀疏度-降采样率对比试验实验,实验结果如图 4 所示,其中纵轴为信号的相对稀疏度  $\rho = k/n$ ,  $k$  为目标矩

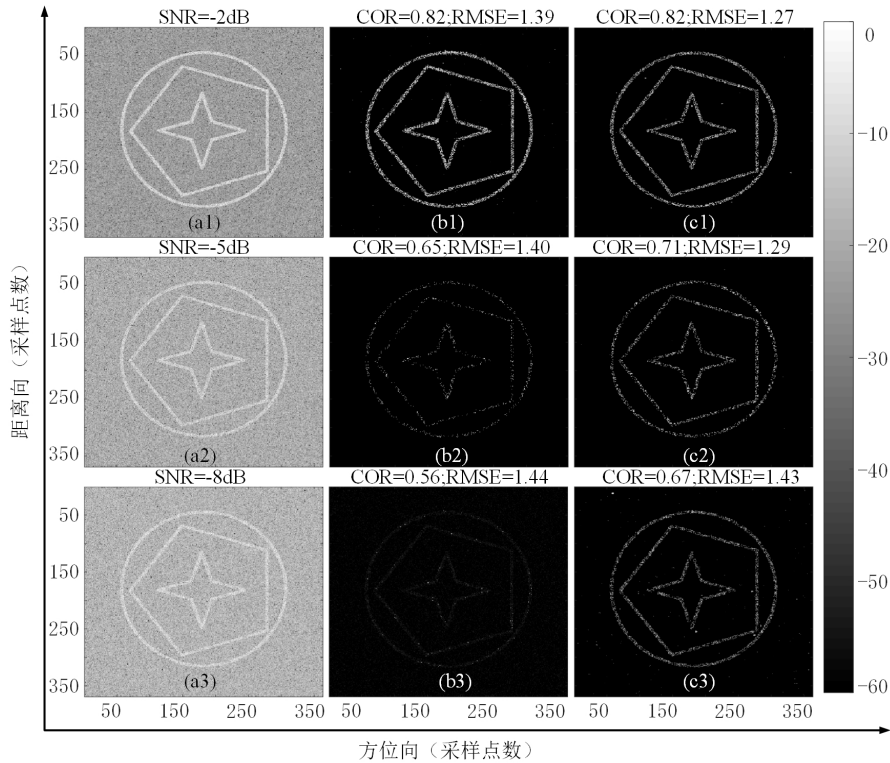


图 2 SAR 仿真数据对比实验;(a1)、(a2)和(a3)信噪比-2dB、-5 dB 和-8 dB 成像结果;(b1)、(b2)和(b3)Lasso-ADMM 成像结果;(c1)、(c2)和(c3)SE-ADMM 成像结果

Fig. 2 Contrast experiment of SAR simulation data; (a1)、(a2)and(a3)Imaging results with signal-to-noise ratios of -2dB, -5dB and -8dB; (b1)、(b2)和(b3)Imaging results by Lasso-ADMM; (c1)、(c2)和(c3)Imaging results by SE-ADMM

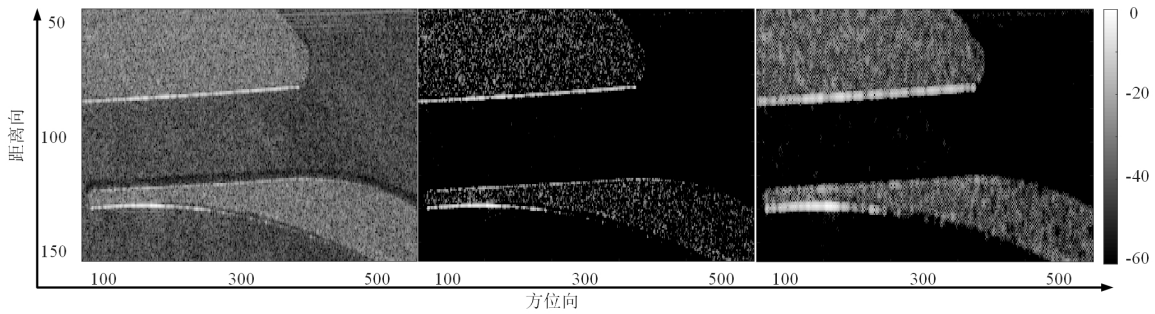


图3 实测SAR数据对比实验;(a)RD成像结果;(b)Lasso-ADMM成像结果;(c)SE-ADMM成像结果;(b) Imaging results by Lasso-ADMM; (c) Imaging results by SE-ADMM

Fig. 3 Contrast experiment of measured SAR data; (a) Imaging results by RD;

阵 $X$ 中非零元素个数, $n$ 为回波数据矩阵 $Y$ 对应的维度,横轴为降采样率 $\delta = n/N$ , $N$ 为恢复后信号 $X$ 对应的维度,降采样率的变化范围为0.2-1。图4(a)和(b)分别为传统Lasso-ADMM<sup>[12]</sup>和本文所提SE-ADMM算法的稀疏度-降采样率相变热力图。相变热力图画出恢复图像与原始图像的相关度,相关度越大,说明算法恢复效果越好,相关度值越接近于1,颜色越红。因此可以根据相变热力图的红色范围及深浅来直观判定算法恢复性能。本文所提SE-ADMM算法的红色部分在同等条件设定下大于传统Lasso-ADMM算法<sup>[12]</sup>。

图5(a)和(b)分别为传统Lasso-ADMM<sup>[12]</sup>和本文所提SE-ADMM算法的信噪比-降采样率相变热力图,其中横轴同上,仍为降采样率,纵轴为信噪比,变化范围设定为 $[-5\text{dB}, 15\text{dB}]$ ,同样可看出右图本文算法的恢复面积大于左图,适用的条件参数更宽泛。综合图4和图5利用了两组参数进行两种算法的对比实验,有效地验证了本文所提SE-ADMM

算法的优越性能。

#### 4 结论

在稀疏SAR成像背景下,针对单一稀疏特征增强易丢失弱散射结构特征影响成像效果,且对非系统乘性误差敏感的问题,提出一种面向结构特征增强的稀疏恢复高分辨SAR成像算法。算法分别使用TV范数、 $\ell_1$ 范数和最小熵范数建模结构特征、稀疏特征和聚焦特征,推导得到的邻近算子实现了面向雷达回波复数域的保护相位目的,使得有效减低算法求解过程中的误差传递,利用ADMM构建的多特征优化框架保证了SE-ADMM算法的运算效率。最后进行了仿真数据实验、实测数据实验来验证本文所提的SE-ADMM算法在恢复SAR目标结构、稀疏、聚焦特征效果明显,与传统Lasso-ADMM算法进行对比绘制相变热力图,证明了SE-ADMM算法的优越性以及稳健性。基于多任务协同优化的结构特征增强技术,在毫米波SAR目标成像领域具有巨

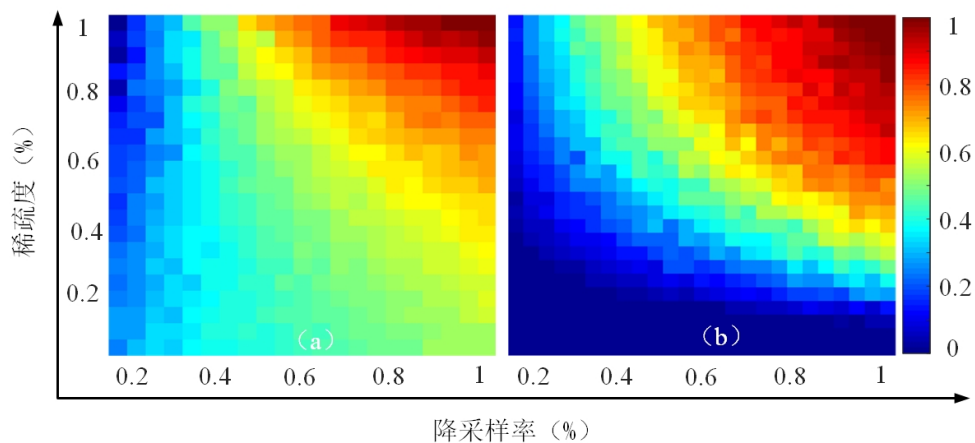


图4 降采样率-信噪比相变热力图对比;(a)Lasso-ADMM;(b)SE-ADMM

Fig. 4 Phase transition diagram of undersampling-SNR; (a) Lasso-ADMM; (b) SE-ADMM



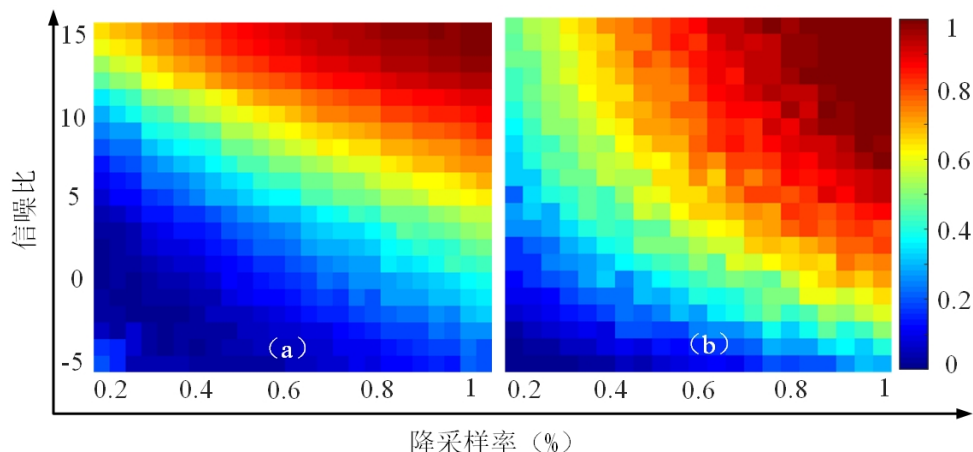


图5 降采样率-稀疏度相变热力图对比;(a)Lasso-ADMM;(b)SE-ADMM

Fig. 5 Phase transition diagram of undersampling-sparseness; (a) Lasso-ADMM; (b) SE-ADMM

大的应用潜力。

## References

- [1] CHEN Quan, ZHOU Zhong-Fa, WANG Ling-Yu, *et al.* Surface soil moisture retrieval using multi-temporal Sentinel-1 SAR data in karst rocky desertification area[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (陈全,周忠发,王玲玉,等.基于多时相Sentinel-1 SAR数据的喀斯特石漠化区地表土壤水分反演研究. *红外与毫米波学报*), 2020, **39**(5):628~636.
- [2] LIU Xiang-Yang, MENG Jin, LIU Xv-Gang, *et al.* A method of antenna design and analysis for forward-looking array SAR system[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (刘向阳,孟进,刘许刚,等.一种前视阵列SAR系统的天线设计和分析方法. *红外与毫米波学报*), 2018, **37**(01):66~71.
- [3] JIANG Ge, LIU Jie, JING Wen, *et al.* A range-doppler algorithm for holographic radar imaging [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (江舸,刘杰,经文,等.基于距离多普勒概念的全息雷达成像算法. *红外与毫米波学报*), 2017, **36**(03): 367~375.
- [4] YANG Lei, LI Pucheng, ZHANG Su, *et al.* Cooperative Multitask Learning for Sparsity-Driven SAR Imagery and Nonsystematic Error Autocalibration[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2020, **58** (7) : 5132~5147.
- [5] Cetin M, Karl W C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, **10**(4) : 623~631.
- [6] Donoho D.L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2006, **52**(4): 1289 - 1306.
- [7] H. E. Güven, A. Güngör, M. Çetin. An Augmented Lagrangian Method for Complex-Valued Compressed SAR Imaging [J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2016, **2**(3): 235~250.
- [8] K. J. Thomas, A. A. Kharbouch. Monotonic Iterative Algorithms for SAR Image Restoration [C]. 2006 IEEE International Conference on Image Processing, Atlanta, GA, 2006:645 - 648.
- [9] YANG Lei, ZHAO Li-Fan, BI Guo-An, *et al.* SAR Ground Moving Target Imaging Algorithm Based on Parametric and Dynamic Sparse Bayesian Learning [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2016, **54** (2): 2254~2267.
- [10] YUAN Ming and YI Lin. Model selection and estimation in regression with grouped variables [J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 2006, **68**(1): 49~67.
- [11] Stephen Boyd, Neal Parikh, Eric Chu, *et al.* Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers [J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*. 2011, **3**(1): 1~122.
- [12] H. E. Güven, A. Güngör M. Çetin. An Augmented Lagrangian Method for Complex-Valued Compressed SAR Imaging [J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*. 2016, **2**(3): 235~250.
- [13] Donoho D.L., A. Maleki A. Montanari. The Noise-Sensitivity Phase Transition in Compressed Sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, **57** (10) : 6920~6941.