

文章编号: 1001 - 9014 (2010) 01 - 0069 - 06

空间一致性约束谱聚类算法用于图像分割

贾建华, 焦李成

(西安电子科技大学 智能信息处理研究所和智能感知与图像理解教育部重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 近来出现的谱聚类算法在模式识别和图像分割中得到了广泛应用. 与传统的聚类算法相比, 谱聚类算法能在任意形状的样本空间上聚类且收敛于全局最优解. 本研究从谱聚类和权核 K 均值的等价性出发, 基于图像的空间一致特性, 提出了一种基于空间约束特性的谱聚类算法. 该算法通过对加权核 K 均值的目标函数加上空间一致约束项, 利用近似逼近将目标函数最小化与谱聚类算法等价起来. 仿真实验表明, 此算法在图像分割中取得了比原始谱聚类算法更好的分割效果.

关键词: 谱聚类; 权核 K 均值; 空间一致特性; 图像分割

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A

MAGE SEGMENTATION BY SPECTRAL CLUSTERING ALGORITHM WITH SPATIAL COHERENCE CONSTRAINTS

JIA Jian-Hua, JIAO Li-Cheng

(Key Laboratory of Intelligent Perception and Image Understanding of Ministry of Education of China, Institute of Intelligent Information Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Recently, spectral clustering algorithm has a wide application in pattern recognition and image segmentation. Compared with traditional clustering methods, it can cluster samples in any form feature space and has a global optimal solution. By starting from the equivalence between the spectral clustering and weighted kernel K -means, a spectral clustering algorithm with spatial coherence property of images was proposed. By adding a term of spatial constraints to the objective function of weighted kernel K -means, the algorithm made the minimization of objective function be equivalent to the spectral clustering approximately. Experimental results show that our proposed algorithm outperforms the traditional spectral clustering in image segmentation.

Key words: spectral clustering; weighted kernel K -means; spatial coherence property; image segmentation

引言

聚类分析是机器学习的经典问题^[1]. 聚类可以分为无监督聚类和半监督聚类, 无监督聚类是通过抽取数据中的“潜在”结构, 将相似数据组成类或类的层次结构, 不需要任何先验和假设. 在现有的无监督聚类算法中, K 均值聚类^[1]作为一种基于中心的聚类算法, 是最简单、使用最普遍的方法之一. 它在紧凑的超球形分布的数据集上有很好的性能, 然而当数据结构是非凸的, 或数据点彼此交叠严重时, K -均值算法往往会失效, 而且算法利用迭代最优化方

法寻找最优解, 因而不能保证收敛到全局最优解.

新近出现的一种无监督聚类算法——谱聚类^[2~8]克服了 K 均值算法的缺点, 具有识别非凸分布聚类的的能力, 适合于求解实际问题, 而且实现简单, 不会陷入局部最优解, 且能避免数据的过高维数所造成的奇异性问题. 谱聚类算法已经成功地应用于语音识别、视频分割、图像分割、文本挖掘等领域, 表现出极大的潜力.

谱聚类的思想来源于谱图的划分, 它将数据聚类问题看成是一个无向图的多路划分问题. 然后定义一个划分依据, 最优化这一判据使得同一类内的

收稿日期: 2009 - 01 - 20, 修回日期: 2009 - 09 - 30

Received date: 2009 - 01 - 20, revised date: 2009 - 09 - 30

基金项目: 国家“863”计划 (2008AA01Z125, 2009AA12Z210); 高等学校科技创新工程重大项目培育资金项目 (706053); 国家部委科技项目资助项目 (XADZ2008159, 51307040103); 国家自然科学基金 (60803097); 教育部重点项目 (108115); 教育部长江学者和创新团队支持计划 (RT0645)

作者简介: 贾建华 (1979-) 男, 江西高安人, 博士生, 研究方向为计算视觉、模式识别和图像处理, jjh163yx@163.com.

点具有较高的相似性,不相同类之间的点具有较低的相似性.由于图划分判据的最优解是个 NP 难的问题,一个有效的求解方法就是考虑问题的连续放松形式^[3],将相似性图表示为一个矩阵,矩阵的特征值和特征向量提供了关于数据结构的全局信息,这样可以将原问题转换为求解矩阵的特征值和特征向量的问题,这类算法统称为谱聚类算法.

在图像分割中,图像中的某个点和其周围邻域中的点具有相同类别属性的概率较大.这一特性称为图像的空间一致特性,以往, K 均值、FCM 等聚类算法采用的是 Bag of Features 的思想,没有利用图像像素点在空间上的依赖关系.近来,基于空间一致特性的图像分割越来越受到关注^[7,9,10]. Dhillon 证明了谱聚类和权核 K 均值的等价性问题^[11],本文从这种等价性出发,对于图像中某点的邻域像素施加某种空间约束,提出了一种基于空间约束机制的谱聚类算法用于图像分割,取得了较好的分割效果.

1 谱聚类与加权核 K 均值的等价性

谱聚类将数据点看成是无向图 $G(V, E)$ 中的顶点 V , 加权边的集合 $E = \{S_{ij}\}$ 表示基于某一相似性度量计算的两点间的相似度.用 S 表示待聚类数据点之间的相似性矩阵.在图 G 中就把聚类问题转变为在图 G 上的图划分问题,即将图 $G(V, E)$ 划分为 k 个互不相交的子集 V_1, V_2, \dots, V_k , 划分后保证每个子集 V_i 内的相似程度较高,不同的集合 V_i 和 V_j 之间的相似程度较低.最早提出的谱图划分判据是最小切 (Min-cut) 判据,后来又出现了率切 (Ratio-cut) 判据^[2], 规范切 (Normalized-cut) 判据^[3,8], 最大最小切 (Min-Max-cut) 判据^[5]等.许多实验表明,规范切判据相对于其它判据具有更好的性能.因此,本文中采用的是规范切谱聚类算法的一种—NJW 算法^[8], 具体算法步骤参看文献 [8].

Dhillon 等人指出加权核 K 均值和图划分准则具有等价性,它们都可以化为矩阵的迹的形式.关于各种图划分准则与加权核 K 均值的等价性证明,读者可以参考文献 [11], 这里只给出加权核 K 均值与规范切的等价形式.

令 s_c 为类 c 中样本的权值和,即: $s_c = \sum_{i \in a_i} s_i$, 定义一个 $n \times k$ 的矩阵 (n 为样本个数, k 为所分的类别数) Z :

$$Z_{ic} = \begin{cases} \frac{1}{s_c^{1/2}}, & \text{if } a_i = c \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

W 为所有权值构成的对角阵,令 $Y = W^{1/2}Z$, 则 Y 是一个正交矩阵 ($Y^T Y = I_k$), $K = Y^T W Y$, 是由 $\phi(a_i)$ 构成的矩阵.最小化权核 k 均值目标函数等价于下式:

$$\min_{c=1}^k \sum_{i \in a_i} \phi(a_i) \cdot m_c^{-2} = \max_{Y^T W^{1/2} K W^{1/2} Y} \text{trace}(Y^T W^{1/2} K W^{1/2} Y) \quad (2)$$

规范切准则的目标函数最小化可以化简为

$$\max_{\tilde{Y}} \text{trace}(\tilde{Y}^T D^{-1/2} S D^{-1/2} \tilde{Y}) \quad (3)$$

其中, $\tilde{X}_c = X_c / (X_c^T D X_c)^{1/2}$, S 为图节点的相似性矩阵, D 是一个对角矩阵满足 $D_{ii} = \sum_j S_{ij}$, $\tilde{Y} = D^{1/2} \tilde{X}$ 是一个正交矩阵.可以验证,当式 (2) 中的 W 等于式

(3) 中的 D , K 等于 $D^{-1} S D^{-1}$, Y 等于式 (3) 中的 \tilde{Y} , 就得出权核 K 均值的迹最大化问题等价于规范切的迹最大化问题,至此就得出规范切准则与最小化权核 K 均值目标函数的等价性.

2 基于空间约束的谱聚类算法

图像的空间特性在图像分割中是一个很重要的信息,图像中的某个像素点和其邻域中的像素点具有相同类别属性的概率较大.由谱聚类和权核 K 均值的等价性可知,谱聚类采用的也是 Bag of Features 的思想,没有考虑图像像素的空间特性.为此,本文提出一种基于空间约束的谱聚类算法.令 a_i 为位置 i 处所提取的图像像素点的特征, c 为第 c 类.

首先,考虑下面的目标函数:

$$J_m = \sum_{c=1}^k \sum_{i \in a_i} a_i - v_c)^2 + \frac{1}{N_R} \sum_{c=1}^k \sum_{i \in a_i} \sum_{r \in N_k} a_r - v_c)^2 \quad (4)$$

其中, $\frac{1}{N_R}$ 为常数项,也称为惩罚因子, N_k 以 a_i 为中心窗口大小为 $(2k_2 + 1) \times (2k_2 + 1)$ 的邻域, v_c 为第 c 类的聚类中心, N_R 为邻域中像素点的个数,对于式 (4) 中的第二项,可以等价地写成:

$$\left(\frac{1}{N_R} \sum_{r \in N_k} a_r - v_c \right)^2 = \left(\frac{1}{N_R} \sum_{r \in N_k} a_r - \bar{a}_i \right)^2 + \bar{a}_i - v_c)^2 \quad (5)$$

其中, \bar{a}_i 为邻域像素的平均特征,式 (5) 中等号后的第一项为常数项,这样可以将式 (4) 改写为

$$J_m = \sum_{c=1}^k \sum_{i \in a_i} a_i - v_c)^2 + \sum_{c=1}^k \sum_{i \in a_i} \bar{a}_i - v_c)^2 \quad (6)$$

采用基于核诱导的距离度量可以提高分割的鲁

棒性和准确率^[10],对式(6)核化(文中采用的是高斯核)可得到下式

$$D(\{c\}_{c=1}^k) = \sum_{c=1}^k \sum_{a_i \in c} \phi(a_i) - m_c^2 + \sum_{c=1}^k \sum_{a_i \in c} \phi(\bar{a}_i) - m_c^2, \quad (7)$$

其中, $m_c = \phi(v_c)$, 上式对 m_c 求导:

$$\frac{\partial D}{\partial m_c} = \sum_{c=1}^k [2 \sum_{a_i \in c} \phi(a_i) - 2m_c] + \sum_{c=1}^k [2 \sum_{a_i \in c} \phi(\bar{a}_i) - 2m_c], \quad (8)$$

令上式等于 0, 解得:

$$m_c = \frac{\sum_{a_i \in c} [\phi(a_i) + \phi(\bar{a}_i)]}{(1 + \sum_{a_i \in c} 1)}. \quad (9)$$

由空间一致性假设可知, 当邻域中的像素具有相同属性时, 有下面这个近似关系:

$$\phi(a_i) \approx \phi(\bar{a}_i), \quad (10)$$

由此近似关系可得到下式

$$m_c = \frac{\sum_{a_i \in c} [\phi(a_i) + \phi(\bar{a}_i)]}{(1 + \sum_{a_i \in c} 1)} = \frac{\sum_{a_i \in c} [\phi(a_i)]}{\sum_{a_i \in c} 1} = \frac{\sum_{a_i \in c} \phi(a_i)}{\sum_{a_i \in c} 1}, \quad (11)$$

由此可得一个目标函数的近似最小值为

$$\min D(\{c\}_{c=1}^k) = \sum_{c=1}^k \sum_{a_i \in c} \left| \phi(a_i) - \frac{\phi(a_i)}{\sum_{a_i \in c} 1} \right| + \sum_{c=1}^k \sum_{a_i \in c} \left| \phi(\bar{a}_i) - \frac{\phi(\bar{a}_i)}{\sum_{a_i \in c} 1} \right|, \quad (12)$$

式(12)等价于下式

$$\max(\text{trace}(Y^T W^{1/2} (K + \bar{K}) W^{1/2} Y)), \quad (13)$$

其中, $K = \overline{K}^T$, 是由 $\phi(a_i)$ 构成的矩阵. 由谱聚类和权核 \bar{K} -均值的等价性令 $W = D$, $(K + \bar{K}) = D^{-1}(S + \bar{S})D^{-1}$, 最小化的目标函数(7)近似等价于最大化下式

$$\max(\text{trace}(Y^T D^{-1/2} (S + \bar{S}) D^{-1/2} Y)), \quad (14)$$

其中, D 为 $S + \bar{S}$ 的每一行的和所构成的对角阵. 由以上可以得到基于空间约束的谱聚类的算法步骤.

步骤 1: 对图像中的每一个像素选取 $(2k_1 + 1) \times (2k_1 + 1)$ 的窗口提取像素点的特征, 如小波能量、

灰度共生矩阵等;

步骤 2: 以每个像素点为中心, 计算窗口大小为 $(2k_2 + 1) \times (2k_2 + 1)$ 邻域内的像素点的平均特征.

步骤 3: 以像素点的特征和像素点的平均特征通过高斯函数 $e^{-x_i x_j^2 / 2^2}$ 构造相似性矩阵 S 和 \bar{S} .

步骤 4: 以新的相似性矩阵 $S + \bar{S}$ 来进行谱聚类, 得到图像的最后分割结果.

从以上分析和算法步骤可以看出, 和传统谱聚类算法相比, 空间约束谱聚类算法只是增加了一个邻域平均特征相似性矩阵的求解, 并没有增加很大的计算量.

3 实验结果与分析

为了验证空间约束谱聚类算法的性能, 对于合成纹理图像, SAR 图像进行了分割, 并与 FCM 算法、文献 [10] 中的空间约束模糊 C 均值算法 (FCM_S2)、空间约束核模糊 C 均值算法 (KFCM_S2) 以及原始谱聚类算法进行了比较. 在本文中 FCM_S2 和 KFCM_S2 参数为: 隶属度指数 $m = 2$; 迭代停止条件为 $\epsilon = 0.0001$, 像素邻域大小为同空间约束谱聚类算法, 惩罚系数 $\lambda = 4$; 高斯核尺度参数 $\sigma = 20$. 详细参数的意义可以参看文献 [10].

3.1 合成纹理分割实验

首先对一幅人工合成的多类纹理图像进行分割, 图 1(a) 是一幅 256×256 的人工合成的二类纹理图像, 采用非下采样小波变换的子带能量作为像素点的特征, 将 DB3 小波分解三层, 得到 10 维的纹理特征, 特征提取窗口大小: $k_1 = 7$, 即窗口大小为 15×15 . 使用 NJW 谱聚类算法^[8] 对其分类. 实验参数为: 计算相似性矩阵的尺度参数 $\sigma = 20$, 邻域窗口大小 $k_2 = 5$, 即窗口大小为 11×11 ; 惩罚因子 $\lambda = 4$.

计算相似性矩阵时需巨大的运算代价, 如 256×256 的图像其相似性矩阵大小为 $(256 \times 256) \times (256 \times 256)$, 计算量和存储量都不可接受. 针对该问题, 利用 Fowlkes 提出的 Nyström 逼近谱聚类方法^[11]. 该方法首先从所有样本中随机选择一小部分样本作为代表点, 求解特征向量, 然后再将其特征向量扩展为整个样本集合相似性矩阵的特征向量. 作者指出, 随机选择 100 个样本点就足以捕捉到典型图像的显著划分. 在本文的所有实验中均采用 Nyström 逼近来进行谱聚类, 采样 100 个样本, 得到的结果如图 1.

我们再对一幅 4 类合成纹理图像进行分割, 分割结果如图 2 所示. 由图 2 可以看出, 和二类合成纹

理分割结果类似,FCM算法和原始谱聚类算法在纹理图像内部区域存在一些错分,特别是在-45°方向的两个纹理,而加入空间约束以后区域内部的错分明显减少.KFCM_S2算法采用核诱导的距离度量分割结果要优于采用欧氏距离度量的FCM_S2,空间约束谱聚类算法的分割结果要优于KFCM_S2的分割结果.

对于参数选择,尺度参数的选择是一个公开问题,有待下一步的研究.文中采用的是经验值,利用分割正确率来考察惩罚参数和邻域大小参数 k_2 对分割结果的影响.图3(a)所示的变化曲线为空间约束邻域大小为 $k_2=5$ 时(窗口大小为 11×11)惩罚因子和分割准确率的变化曲线.从实验可以看出,算法对于惩罚参数不敏感,当惩罚因子大于3时,分割的正确率基本不发生变化.图3(b)所示的变化曲线为惩罚因子 $\lambda=4$ 时空间约束的邻域窗口大小和分割准确率的变化曲线.从实验可以看出其经过了一个使分割准确率逐渐增大($k_2 \leq 7$ 时)然后下降($k_2 > 7$ 时)的过程,其原因是:在开始窗口增大的过程,空间约束使得中心像素附近更易被分成一类,正确率提高,但当空间约束的窗口选得太大时,太多不属于同一类的像素被包含进去,并且近似关系 $\phi(a_i) \sim \phi(a_j)$ 不再成立,因而使得分割正确率下降.

3.2 SAR图像分割实验

选取一幅SAR图像进一步验证算法的性能,图

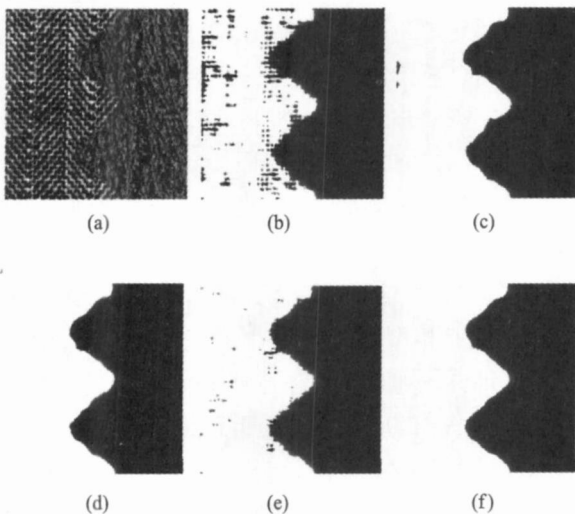


图1 二类合成纹理分割 (a)原始图像 (b)FCM聚类分割结果 (c)FCM_S2聚类分割结果 (d)KFCM_S2聚类分割结果 (e)原始谱聚类算法(NCUT)分割结果 (f)空间约束谱聚类分割结果

Fig 1 Segmentation of synthesis texture (2-class) (a) original image (b) FCM (c) FCM_S2 (d) KFCM_S2 (e) original spectral clustering (Ncut) (f) proposed algorithm

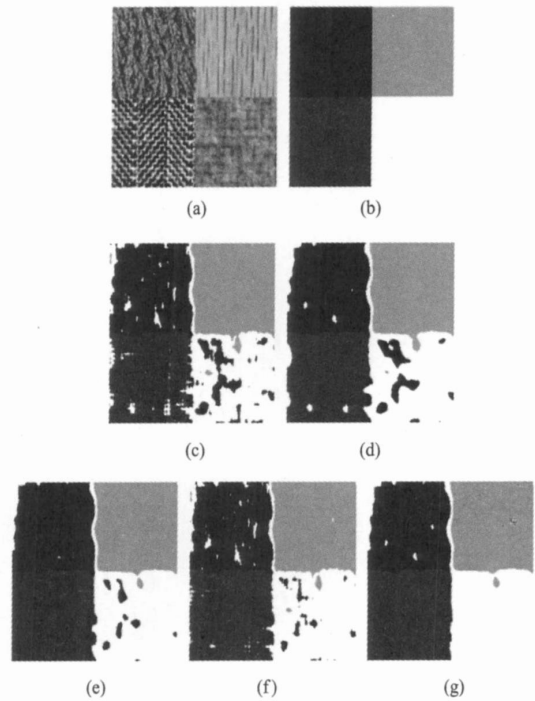


图2 四类合成纹理分割 (a)原始图像 (b)理想分割结果 (c)FCM聚类分割结果(分割准确率88.214%) (d)FCM_S2聚类分割结果(分割准确率91.876%) (e)KFCM_S2聚类分割结果(分割准确率95.432%) (f)原始谱聚类(Ncut)分割结果(分割准确率为93.805%) (g)空间约束谱聚类分割结果(分割准确率为96.400%)

Fig 2 Segmentation of synthesis texture (4-class) (a) original image (b) real segmentation (c) FCM (accuracy: 88.214%) (d) FCM_S2 (accuracy: 91.876%) (e) KFCM_S2 (accuracy: 95.432%) (f) original spectral clustering (Ncut) (accuracy: 93.805%) (g) spectral clustering with spatial constraints (accuracy: 96.400%)

像中有三类地物目标分别为:居民区,田野和河流.对每个像素点,以像素点为中心取大小为 15×15 的窗,同样采用非下采样小波变换提取子带能量的特征提取方法,采用DB3小波分解3层得到10维的特征.SAR图像的大小为 256×256 ,参数设置为:计算相似性矩阵的尺度参数 $\lambda=20$,邻域窗口大小 $k_2=5$,即窗口大小为 11×11 ;惩罚因子 $\lambda=4$;图像分割结果如图4所示.

由图4可以看出,FCM算法,FCM_S2算法和KFCM_S2算法在田野和居民区之间出现了严重的错分,原始的谱聚类算法在居民区区域内部存在错分,与原始的谱聚类算法相比,空间约束谱聚类算法能较好地去除区域内部的错分,具有更好的性能,区域分割结果更加准确.

再选取一幅含有严重斑点噪声的SAR图像(图5(a)所示),其中包含三类地物:建筑物,机场

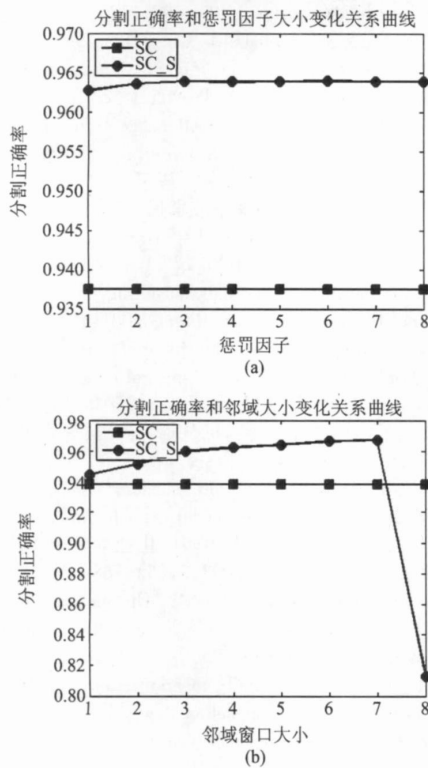


图 3 参数敏感性分析 (SC表示谱聚类, SC_S表示空间约束谱聚类) (a)分割正确率和惩罚因子关系变化曲线 (b)分割正确率和空间邻域窗口大小关系变化曲线

Fig 3 The sensitivity analysis of parameters (SC represents spectral clustering and SC_S represents spectral clustering with spatial constraints) (a) accuracy of segmentation vs penalty factor (b) accuracy of segmentation vs size of neighborhood

跑道和其它区域. 同样提取 10维非下采样的小波能量特征,窗口大小为 9×9 . SAR图像大小为 223×300 ,参数设置为,计算相似性矩阵的方差 $=10$,邻域窗口大小 $k_2 = 3$,即窗口大小为 7×7 ;惩罚因子 $=4$;

图像分割结果如图 5所示. 从图 5的分割结果可以看出,未考虑空间约束时,FCM算法和原始谱聚类算法在建筑物区域的内部出现了一些误分点. 考虑空间一致约束条件后,同类区域内部呈现较好的一致性. 从整个分割的视觉效果来看,空间约束谱聚类算法要优于 FCM_S2和 KFCM_2算法. 上述实验得到同样的结论,基于空间约束的聚类算法在噪声环境下比原始聚类算法具有更好鲁棒性.

针对以上算法,以运算时间作为计算复杂度的度量. 实验中计算机的配置如下:双核 1.86GHz Pentium IV处理器,2GB内存, windows XP操作系统,使用 Matlab 7.01编程得到各个算法运行时间如

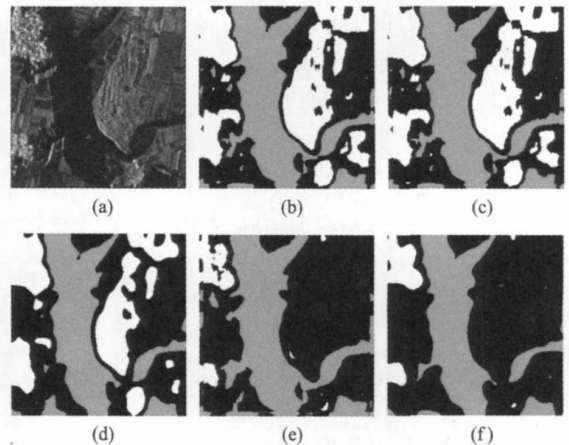


图 4 SAR图像(SAR1)分割(a)原始图像(b)FCM聚类分割结果(c)FCM_S2聚类分割结果(d)KFCM_S2聚类分割结果(e)原始谱聚类算法(Ncut)分割结果(f)空间约束谱聚类分割结果

Fig.4 Segmentation of SAR image(SAR1) (a) original image (b)FCM (c)FCM_S2 (d)KFCM_S2 (e)original spectral clustering(Ncut) (f)spectral clustering with spatial constraints

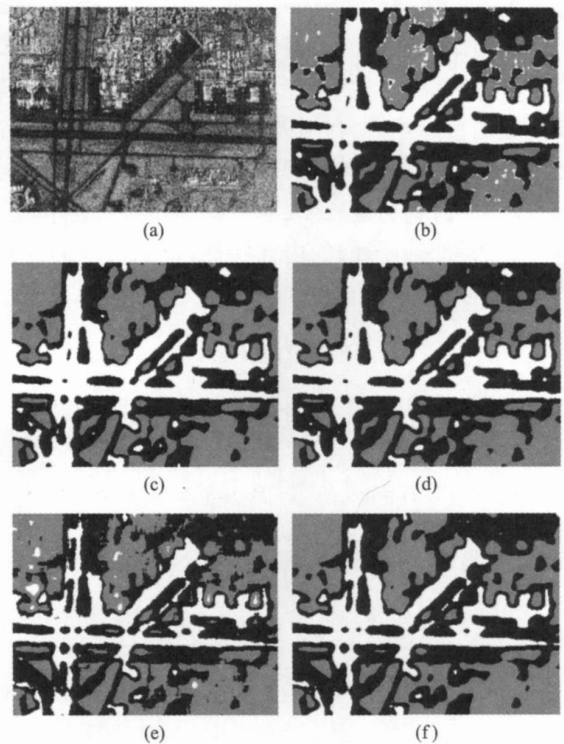


图 5 含噪 SAR 图像(SAR2)分割(a)原始图像(b)FCM 聚类分割结果(c)FCM_S2 聚类分割结果(d)KFCM_S2 聚类分割结果(e)原始谱聚类算法(Ncut)分割结果(f)空间约束谱聚类分割结果

Fig.5 Segmentation of SAR image(SAR2) (a)original image (b)FCM (c)FCM_S2 (d)KFCM_S2 (e)original spectral clustering(Ncut) (f)spectral clustering with spatial constraints

表 1,表中 SC表示谱聚类算法, SC_S表示空间约束

谱聚类算法. 增加的计算时间主要消耗在对像素邻域范围内平均特征的计算上.

从算法流程可以知道, 所增加的计算代价主要是计算像素点的平均特征, 对于一幅 256×256 的图像, 提取 10 维特征, 邻域大小为 11×11 时, 像素平均特征的计算时间大约为 100s 左右, 对于图像分割而言, 所增加的运算量是能够忍受的.

表 1 不同算法的运行时间 (单位: s)

图像	聚类算法				
	FCM	FCM_S2	KFCM_S2	SC	SC_S
两类	6.820	108.657	116.414	23.572	119.510
四类	10.797	123.922	136.594	24.032	120.313
SAR1	9.500	124.437	135.062	30.860	121.525
SAR2	8.820	126.541	136.695	20.047	88.468

4 结论

本文利用图像中某像素和其邻域像素具有相同类别属性的概率较大这一空间一致特性, 提出了一种新的谱聚类算法——基于空间一致性约束的谱聚类算法. 该算法通过添加一个空间约束项修改权核 K 均值的目标函数, 利用谱聚类与权核 K 均值的等价性, 通过近似逼近将修改后的目标函数和谱聚类等价起来. 仿真实验表明, 与传统谱聚类算法相比, 本文算法考虑了图像的内在特性, 得到较好的分割效果.

REFERENCES

- [1] Duda R O, Hart P E, Stork D G. *Pattern classification* [M]. New York: A Wiley-Interscience Publication 2000.
- [2] Wang S, Siskind J M. Image segmentation with ratio cut [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, **25** (6): 675—690.
- [3] Shi J, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22** (8): 888—905.
- [4] MA Xiu-Li, Jiao Li-Cheng. SAR image segmentation based on watershed and spectral clustering [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (马秀丽, 焦李成. 基于分水岭—谱聚类的 SAR 图像分割. *红外与毫米波学报*), 2008, **27** (6): 452—457.
- [5] Ding C H Q, He X, Zha H, et al. A min-max cut algorithm for graph partitioning and data clustering [A]. *IEEE International Conference on Data Mining*, 2001: 107—114.
- [6] TAO Wen-Bing, Jin Hai. Ship infrared object segmentation based on mean shift and graph spectral clustering [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (陶文兵, 金海. 基于均值漂移滤波及谱聚类的海面舰船红外目标分割. *红外与毫米波学报*), 2007, **26** (1): 61—64.
- [7] MA Xiu-Li, Jiao Li-Cheng. Initialization independent spectral clustering on the joint model [J]. *J. Xidian University* (马秀丽, 焦李成. 联合模型初始化独立谱聚类算法. *西安电子科技大学学报*), 2007, **34** (5): 768—772.
- [8] Ng A Y, Jordan M I, Weiss Y. On spectral clustering: analysis and an algorithm [A]. *Neural Information Processing System*, 2002, **14**: 849—856.
- [9] Cao L, Li Fei-Fei. Spatially coherent latent topic model for concurrent object segmentation and classification [A]. *IEEE International Conference on Computer Vision*, 2007: 1-8.
- [10] Chen S, Zhang D. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 2004, **34** (4): 1907-1916.
- [11] Dhillon I S, Guan Y, Kulis B. Weighted graph cuts without eigenvectors: a multilevel approach [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, **29** (11): 1944—1957.
- [12] Fowlkes C, Belongie S, Chung F, et al. Spectral grouping using the Nyström method [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26** (2): 214—225.