

文章编号:1001-9014(2007)01-0073-05

# 用转移矩阵法研究无序对二维光子晶体透射谱的影响

汤炳书<sup>1,2</sup>, 沈廷根<sup>2</sup>

(1. 连云港师范高等专科学校物理系 江苏 连云港 222006;

2. 江苏大学应用物理研究所, 江苏 镇江 212003)

**摘要:**将转移矩阵法(Transfer Matrix Method)用于数值模拟无序情况下的二维光子晶体传输特性. 充分利用 Fortran 语言中的 RAND 函数分别研究了晶格结构无序、圆柱半径无序、柱体形状无序、介电常数无序对光子晶体传输特性的影响. 计算了多种因素无序情况下的二维正方晶格光子晶体的传输函数随频率的变化关系. 计算结果表明弱无序时柱体形状影响最大, 最小是圆柱半径无序. 这说明在一定的无序范围里, 可以认为光子晶体的传输特性能够被很好地保持. 在强无序时存在共同的现象就是在低频即长波段出现光子局域化现象, 无序会影响二维光子晶体的带隙宽度、位置, 在强无序时会出现多个共振模.

**关键词:**量子光学; 无序; 转移矩阵方法; 光子晶体; 透射谱

**中图分类号:** O431.2 **文献标识码:** A

## EFFECT OF DISORDER ON TRANSMISSION SPECTRA OF TWO-DIMENSIONAL PHOTONIC CRYSTALS WITH TRANSFER MATRIX METHOD

TANG Bing-Shu<sup>1,2</sup>, SHEN Ting-Gen<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Lianyungang Teacher's College, Lianyungang 222006, China;

2. Institute of Applied Physics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract:** The effect of disorder on transmission spectra of two-dimensional photonic crystals with transfer matrix method (TMM) was investigated. Specifically, the effects of disorders of lattice structure, radius of cylinders, shape of cylinders, and the dielectric constant on the transmission spectra of a two-dimensional square lattice crystal with frequency were studied by using the RAND function in Fortran, respectively. The numerical simulation results show that, in the case of weak disorder, the effect of the shape of cylinders is the most significant while the effect of radius of cylinders is the weakest. The characteristics of transmission can be well maintained if the disorders are limited within a certain range. In the case of strong disorder, a common phenomena found in different disorders is the localization of photons at low frequencies. The width and position of the band gap are affected by the strong disorder. In addition, a number of resonant modes are found in the transmission.

**Key words:** quantum optics; disorder; transfer matrix method; photonic crystal; transmission spectra

### 引言

近年来人们对有周期性结构的光子晶体和无序光学介质中的光子局域化(安德森定域化)理论与实践的研究成为热门课题,光子局域化是指散射介质中多重散射波的干涉效应使得光在其中传播受到彻底的抑制.光子晶体是一种由不同介电常数的材料间隔周期性排列而成的人工材料<sup>[1]</sup>,当电磁波入

射其上时,在某一频率范围内电磁波不能透射过去,很像固体物理学中晶体的能带,所以引进禁带与带隙的基本概念.二维光子晶体是一系列介质柱在空间二维周期排列,第三维上均匀无限见图1,当电磁波入射时,在另一面透射谱中将出现有些电磁波不能透过即所谓的禁带,透射谱上表现透过率为零.

目前常用来计算光子晶体的能带结构和传输特性的研究方法有很多种,如平面波方法(PWM)<sup>[2]</sup>、

收稿日期:2006-04-05,修回日期:2006-11-05

基金项目:江苏省自然科学基金(批准文号BK2004059)

作者简介:汤炳书(1963-),男,江苏丹阳人,南京大学国内访问学者,连云港师范高等专科学校物理系副教授,主要从事计算凝聚态物理研究.

Received date: 2006-04-05, revised date: 2006-11-05

多重散射法 (Order-N)<sup>[3]</sup>、时域有限差分法 (FDTD)<sup>[4]</sup>、转移矩阵法<sup>[5-6]</sup> (Transfer Matrix Method) 等. 在光子晶体的制作过程中, 由于工艺水平、实验设备等条件的限制, 制作出来的光子晶体并不满足严格的空间周期性, 折射率、柱体形状的均匀性, 与理想光子晶体相比都可能存在一定的随机误差, 即可能出现各种情况程度不同的无序现象. 这种无序对光子晶体的传输特性有很大的影响, 国内外相关文献都有报到, 但都集中一维光子晶体, 对二维光子晶体仅局限于对位置无序一种情况展开研究, 位置无序只能反映众多无序因素中的一个方面. 本文把转移矩阵方法 (TMM) 作为研究工具, 以常见的圆柱正方晶格二维光子晶体 TE 模式入射为研究对象, 充分利用 Fortran 语言中的 RAND 函数分别研究了晶格结构无序、圆柱半径无序、柱体形状无序、介电常数无序情况下的传输特性, 得到相应的透射谱曲线, 比较发现各种因素无序的影响并不平权, 为不同目的制作及应用二维光子晶体提供数值模拟基础.

## 1 基本理论与计算公式

### 1.1 转移矩阵方法 (TMM)

转移矩阵方法是把磁场在实空间格点位置展开, 将麦克斯韦方程组化成转移矩阵形式, 变成求解本征值问题, 由于转移矩阵小, 矩阵元较少, 计算工作量较平面波展开法小, 只与实空间格点数的平方成正比, 精确度好, 不但能计算能带结构, 还可以计算反射、透射谱.

如果已经知道了两个单层厚度分别为  $z$ 、 $L_2$  的透射矩阵和反射矩阵, 那么与之相连的厚度为  $(L_2 + z)$  的透射矩阵和反射矩阵可表示为

$$T^{++}(L_2 + 1) = T^{++}(z)[1 - T^{+-}(L_2)T^{-+}(z)]^{-1}T^{++}(L_2), \quad (1)$$

$$T^{+-}(L_2 + 1) = T^{+-}(z) + T^{++}(z)[1 - T^{+-}(L_2)T^{-+}(z)]^{-1} \cdot T^{+-}(L_2)T^{-+}(z), \quad (2)$$

$$T^{-+}(L_2 + 1) = T^{-+}(L_2) + T^{--}(L_2)[1 - T^{+-}(z)T^{-+}(L_2)]^{-1} \cdot T^{-+}(z)T^{++}(L_2), \quad (3)$$

$$T^{--}(L_2 + 1) = T^{--}(L_2)[1 - T^{+-}(z)T^{-+}(L_2)]^{-1}T^{--}(z), \quad (4)$$

从式(3)至式(4)可以看出: 对任意厚度层的透射矩阵和反射矩阵都可以用此迭代公式计算出. 要得到电磁波入射到光子晶体上的透过率和反射率, 只要计算入射场、反射场、和透射场的波印廷矢量值, 更详细介绍见文献[5~6].

### 1.2 边界条件与激励源

#### 1.2.1 边界条件

用数值研究光子晶体的传输特性时, 关心的计算区域是有限的, 就是光子晶体的体积所占有的空间; 当然也可以将所关心的计算区域通过一定的方式无限扩展, 形成一个无限的空间, 为了对有限空间的周围边界作特殊处理, 使得向边界行进的波在边界保持“外向行进”的特征, 无明显的反射, 就象被一个巨大的“黑洞”吸收一样, 具有这种功能的边界条件, 称之为吸收边界条件. 在具体数值模拟计算时采用 Mur 近似吸收边界条件<sup>[6]</sup>.

#### 1.2.2 激励源

用 TMM 数值分析光子晶体能带结构与传输特性时, 应将被研究的对象在真实激励源时用数值计算尽可能地“复现”出来. 因此在选择激励源时首先要使激励源与所求解场的波形保持最大近似, 其次激励源的频率范围应覆盖所求解电磁波的工作频率范围. 如果分析 TE 波的传输特性, 一般用  $H_z$  分量激励; 如果分析 TM 波的传输特性, 一般用  $E_z$  激励. 本文采用 TE 波激励<sup>[6]</sup>.

## 2 数值模型与计算结果分析

### 2.1 计算模型

计算中图 1 与图 2 所示模型, 这是常见的正方晶胞圆柱结构二维光子晶体, 光源向 Y 方向入射, Y 方向 16 层, 圆柱在 Z 方向无限长, X 方向无限列. 计算时圆柱材料的介电常数取 12.96 (GaAs), 基质用空气介电常数是 1.0, 晶格常数为了不失一般取为  $a$ , 介质柱半径为  $r$ , 介电常数为  $\epsilon$ . 图 1 左边是完整结构各参数有序的二维正方晶格圆柱光子晶体截面, 右图是晶格结构处于较强无序状态截面, 晶格结构强无序可通过柱体中心坐标实现. 图 2 左图是晶格结构有序严格正方结构柱体粗细无序截面,  $\mu$  是在某个范围内的随机变量数可以用某一给定数  $M$  乘以 rand 函数给出, 控制  $M$  的大小就可以调节柱体半径的无序度, 右图是正方晶格结构弱无序截面, 光子晶体圆柱中心位置在某个范围内的随机变化, 变化参数用  $\xi$ 、 $\Phi$  表示, 它们同样用某一给定数  $M$  乘以 rand 函数给出, 控制  $M$  的大小就可以调节晶格结构的无序度.

### 2.2 晶格结构无序

理论上结构完整无任何无序的空气中介质柱透射谱计算结果如图 3 中实线所示, 其时半径  $r$  取 0.35a, 图中看出有两宽度大小比较明显的禁带. 把柱体中心坐标用原来的坐标加上图 2 右图中两参数  $\xi$ 、 $\Phi$  控制的数值, 使数  $M$  取 0.01 从而得到晶格弱无序计



图1 二维正方圆柱光子晶体

Fig.1 Two-dimensional cylindrical photonic crystal with a square lattice

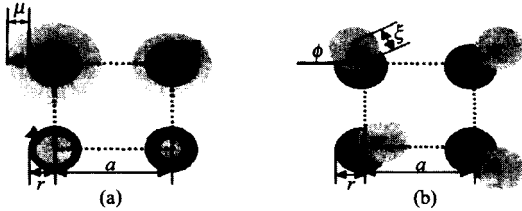


图2 无序二维正方圆柱光子晶体

Fig.2 Disordered two-dimensional cylindrical photonic crystal with a square lattice

算模型,数值计算得透射谱见图3中点划线所示,这里透射率与频率都是归一化的单位分别是%与 $a/\lambda$ ,与无序时相比较小的禁带中出现了一个传导模(共振模).加大无序程度使柱体中心坐标随机变化 $M$ 取0.1,如图1中右边示,计算结果见图4与图3比较可见在较小的禁带中出现两传导模,有一个强度大大增加,在较宽的禁带中出现一个强度较小的传导模透射率0.40,位置在归一化频率0.45处,两种情况的禁带宽度几乎无变化.

### 2.3 晶格结构有序柱体粗细无序

保持柱体中心坐标不变,即让晶格有序.柱体半径设为 $r + \mu, \mu = M * rand()$ ,当 $M = 0.01$ 时柱体半径存在弱无序,计算结果画出曲线与柱体半径确定时(图3、图4中的实线)一样看不出差别,在此略图.加大无序程度取 $M = 0.1$ 时计算结果见图5中点划线所示,高于归一化频率0.35的电磁波不能透过光子晶体,低于该频率(长波方向)出现若干传导模,可见制作光子晶体的柱体时误差不能太大,当然利用这一特性可以制作低通滤波器件,在设计密集WDM系统时起重要作用.

### 2.4 晶格结构有序柱体形状无序

上述的研究柱体截面都是圆形,保持晶格与介电常数固定,把圆形柱变为椭圆柱,使其半长轴、半短轴与X轴的夹角随机变化,可以计算得到不同程度无序下的透射率曲线,图6中的粗实线对应弱无序情况,归一化频率0.32后出现全部禁带,与柱体粗细的强

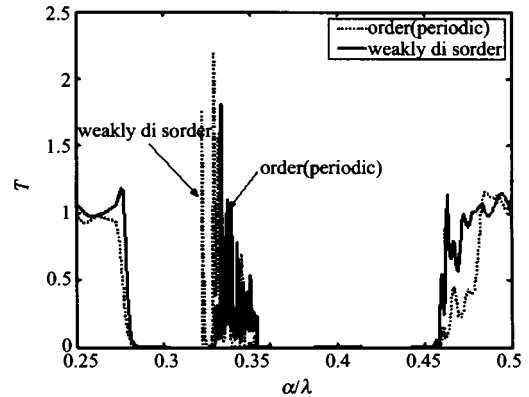


图3 晶格结构弱无序透射谱

Fig.3 The transmission spectra with a weakly disorder in lattice

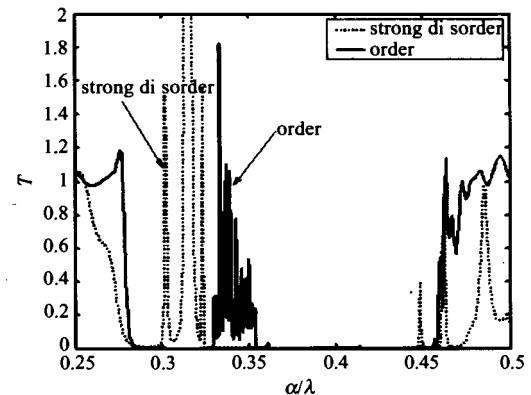


图4 晶格结构强无序透射谱

Fig.4 The transmission spectra with a strong disorder in lattice

无序对应,可见柱体的不对称性更加会影响带隙,图6中点划线表示椭圆柱柱体强无序时的计算结果,从图中看出在相对归一化频率较低处出现几处透射率高于1.0的传导模与文献[3]结论一致.

### 2.5 介电常数无序

以上研究都是结构上的各种可能无序,保持结构有序即圆形柱体正方晶格见图1左边所示,让柱体的介电常数随机变化,可以数值模拟介电常数在各种程度无序时的透射谱.图7是弱无序情况,介电常数在12.96附近作微弱随机变化,同样取 $M = 0.01$ 计算结果是图7中点划线示,与没有无序相比(图7中实线),透射曲线变化不大,较宽的禁带稍扩展,同时禁带内出现一个很小透过率的传导模,透过率0.08,归一化频率0.39.图8强无序情况下计算得到的透射谱曲线,出现一个透过率比较大的传导模,透过率1.16,归一化频率0.31.与图5,图6比较发现在无序比较

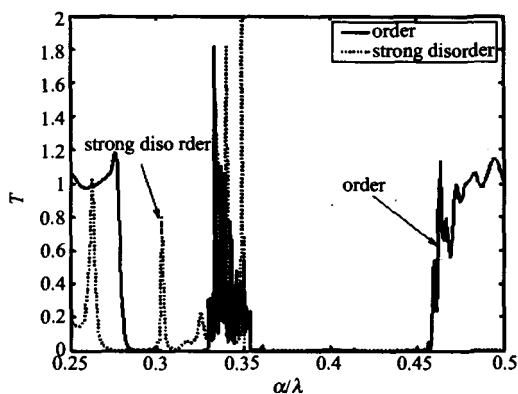


图5 柱体粗细强无序透射谱

Fig. 5 The transmission spectra with a strong disorder in radius of cylinder

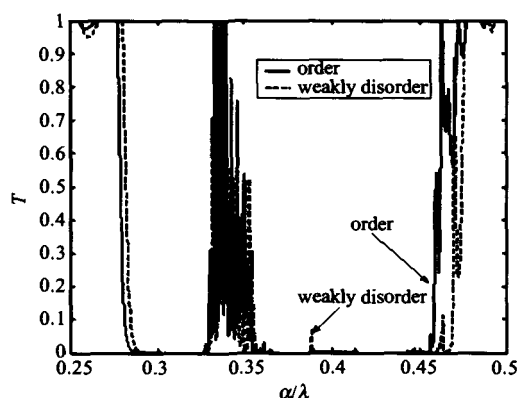


图7 介电常数弱无序透射谱

Fig. 7 The transmission spectra with a weak disorder in dielectric constant

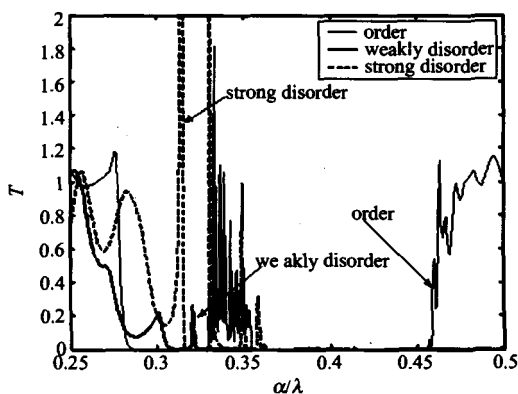


图6 柱体形状无序透射谱

Fig. 6 The transmission spectra with a disorder in the shape of the cylinder

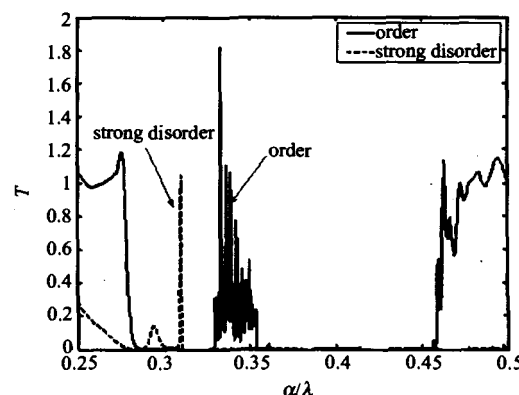


图8 介电常数强无序透射谱

Fig. 8 The transmission spectra with a strong disorder in dielectric constant

强时高频部分都被禁止透过,都出现共振模。

### 3 结论

本文把转移矩阵方法(TMM)用于光子晶体传输特性研究,充分利用 Fortran 语言中的 RAND 函数分别研究了晶格结构无序、圆柱半径无序、柱体形状无序、介电常数无序对光子晶体传输特性的影响。研究表明,上述各种因素的影响并非平权,弱无序时柱体形状影响最大,最小是圆柱半径无序,说明在一定的无序范围里,可以认为光子晶体的传输特性能够被很好地保持。在强无序时存在共同的现象就是在低频即长波段出现光子局域化现象,这种光子局域化现象有极广的应用前景。

### REFERENCES

[1] Yablonovich E. Inhibited spontaneous emission in sole-state physics and electronics[J]. *Phy. Rev. Lett.* 1987, **58**(20): 2059—2062.

- [2] Ze Z, Sashi S. Electromagnetic wave propagation in periodic structure: bloch wave solution [J]. *Phy. Rev. Lett.* 1990, **65**(21):2650—2653.
- [3] PAN Yu, LI Zhi-Feng, CHEN Xiao-Shuang. Resonant transmission properties of photonic quantum, Well structures studied by multiple-scattering theory[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (潘瑜,李志锋,陈效双.多重散射理论对光子晶体量子阱结构光子共振透射的研究. *红外与毫米波学报*, 2006, **25**(1):17—21.
- [4] Xu Jing, Chen Xiao-shuang, Zhou Mei, et al, Numerical study on photonic properties in two-dimensional complex photonic crystals of square lattice [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (徐靖,陈效双,周梅,等.二维正方复式晶胞光子晶体的光子特性研究. *红外与毫米波学报*) 2005, **24**(4): 241—244.
- [5] Pendry J B. Photonic band structures [J]. *Mod. Opt.* 1994, **41**(2):209—229.
- [6] Bell P M, Pendry J B, Moreno L Martin, et al. A program for calculating photonic band structures and transmission coefficient of complex structures[J]. *Com. Phy. Comm.*, 1995, **85**:306—322.