

文章编号:1001-9014(2005)04-0291-05

一种新的 PCNN 实现方法及其在图像处理中的应用

方勇, 戚飞虎, 裴炳镇

(上海交通大学 计算机科学与工程系, 上海 200030)

摘要:讨论了 PCNN 的实现方法及其在图像处理中的应用等问题. 在 PCNN 的具体实现中, 网络被强制为单循环网络, 通过简化模型、阈值查找表、整数运算等技巧, 降低了 PCNN 的时间复杂度. 引入了时间索引图、指纹时间序列等概念, 将 PCNN 与传统的图像处理技术结合起来, 为实现 PCNN 的自动图像处理提供了一条新的途径; 应用时间索引图, 可以实现图像增强、边缘检测、图像分割和特征提取等. 推导了 PCNN 的适用条件, 并提出了一种实用的连接系数估计方法, 对 PCNN 参数设置有着直接的指导作用.

关键词:脉冲耦合神经网络; 图像处理; 特征提取; 时间索引图

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A

PCNN IMPLEMENTATION AND APPLICATIONS IN IMAGE PROCESSING

FANG Yong, QI Fei-Hu, PEI Bing-Zhen

(Department of Computer Science and Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: The PCNN implementation and applications in image processing were discussed. For the specific implementation of PCNNs, a PCNN was forced to be a single pass network. And simplified model, look-up threshold table, and integer operation were used to decrease the time complexity. The time-index image and fingerprint time series were introduced into PCNNs, and a PCNN was combined with the traditional techniques of image processing for automatic image processing, e.g. image enhancement, edge detection, image segmentation and feature extraction, by the time-index image. The applied conditions are derived for perfect image processing, and a practical estimation of the linking coefficient is proposed, which helps to determine PCNN parameters directly.

Key words: pulse-coupled neural network; image processing; feature extraction; time-index image

引言

二十世纪九十年代初以来, 视觉仿生图像处理技术成为一个活跃的研究领域, 引起了众多学者的重视. 其中, Eckhorn 在猫眼视觉机制基础上提出的 Eckhorn 神经元模型产生了较大的影响^[1], 并被许多研究者引入到图像处理中^[2, 3]. 但是, Eckhorn 神经元模型有着诸多不足: 第一, 由于神经元的高度非线性时空整合特性, 难以对 Eckhorn 神经元模型的运行机制进行数学分析; 第二, 基于空间邻近与灰度相似的像素集群分组是模糊的; 第三, 难以确定网络参数. 为了解决以上问题, Johnson 与 Kuntimad 等对 Eckhorn 神经元模型进行了改进^[4, 5], 并称改进后的神经元模型为脉冲耦合神经元模型, 相应的网络称为脉冲耦合神经网络 (PCNN, Pulse-Coupled Neural Network), 从

而使模型更适合于图像处理, 产生了较大的影响. 但是, PCNN 也存在着一定的不足: 第一, 输出结果是按时间顺序排列的二值图像序列, 给后续处理带来困难; 第二, 模型是一个无限运行的网络, 需要采用一定的技术才能实现自动处理, 而现有的解决方法难以取得满意的效果; 第三, 网络参数仍然难以确定.

基于以上分析, 本文提出了一种新的 PCNN 实现方法, 引入了时间索引图、指纹时间序列等概念, 将 PCNN 与传统图像处理技术结合起来, 拓展或改进了网络的应用范围, 提出了 PCNN 的适用条件和实用网络参数的估计方法.

1 PCNN

1.1 PCNN 模型

本文采用的 PCNN 是一个离散反馈型的单循环

收稿日期: 2004-08-11, 修回日期: 2005-03-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60072029, 60271033)

作者简介: 方勇 (1974-), 男, 湖南武冈人, 博士研究生, 研究方向为图像处理、视频工程与多媒体通信.

Received date: 2004-08-11, revised date: 2005-03-30

(Single Pass)网络,网络的运行次数 n 是有限的, $n = 0, 1, \dots, N-1, N$ 为最大运行次数,由输入图像的性质、网络参数等决定.

PCNN 的数学描述如下:

$$F_{ij}(n) = X(i, j), \quad (1)$$

$$L_{ij}(n) = V_1 \sum_{k,l} w_{ij,kl} Y_{kl}(n-1), \quad (2)$$

$$U_{ij}(n) = F_{ij}(n) (1 + \beta L_{ij}(n)), \quad (3)$$

$$I_{ij}(n) = N - n - 1, \quad (4)$$

$$T(k) = V_\theta \exp(-(-k\Delta t + t_2)/\tau_t), \quad (5)$$

$$t_1 = \tau_t \ln\left(\frac{V_\theta}{X_{\max}}\right), \quad t_2 = \tau_t \ln\left(\frac{V_\theta}{X_{\min}}\right),$$

$$N = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t} + 1, \quad \theta_{ij}(n) = T(I_{ij}(n)). \quad (6)$$

$$Y_{ij}(n) = \begin{cases} 1, & U_{ij}(n) \geq \theta_{ij}(n) \\ 0, & U_{ij}(n) < \theta_{ij}(n) \end{cases} \quad (7)$$

其中, F 是神经元的馈送输入, X 代表图像(外部输入,通常指图像强度), L 是神经元的连接输入(反馈输入), U 是神经元的内部行为, I 是索引图, T 是阈值查找表, θ 是动态阈值函数, Y 是神经元的输出;下标 ij 表示与图像像素 (i, j) 对应的神经元, $w_{ij,kl}$ 表示 ij 神经元与 kl 神经元的连接权, β 为连接系数, V_1 为连接幅值系数, V_θ 为阈值幅值系数, τ_t 为阈值衰减时间常数, X_{\max} 为图像最大强度值, X_{\min} 为图像最小强度值, t_1 和 t_2 分别为 X_{\max} 和 X_{\min} 对应的自然点火时间, Δt 为时间采样间隔(通常为 1), N 为网络运行次数;如果神经元的输出为 1,则称神经元发生点火.

1.2 网络运行机制

用于图像处理的 PCNN 是一个单层的二维脉冲耦合神经元阵列,与待处理的图像的维数一致,一个像素对应一个脉冲耦合神经元.对于任何一个神经元,如果发生点火,则其索引被固定为当前索引值,即如果下标为 ij 的神经元在第 n 次运行时发生点火,则其索引 I_{ij} 固定为 $N-n-1$,不再随着网络的运行发生改变;其次,如果神经元在第 n 次网络运行时发生点火,则在第 $n+1$ 次网络运行过程结束后, Y_{ij} 为 0,即神经元的点火是瞬时的,并且在以后的网络运行过程中不再处理该神经元.通常, L, U, Y, θ 等被初始化为 0. $n=0$ 时, $L=0$,网络的内部行为 U 为外部输入 X ; $I=N-1$,全部神经元的阈值为 X_{\max} ;因此馈送输入为 X_{\max} 的神经元在 $n=0$ 时自然点火.随着网络运行 n 增加,阈值下降,在随后的迭代过程中,点火的神经元会通过与其相邻神经元的相互连接作用激励相邻的神经元,如果相邻神经元的内部行为大于等于阈值,则发生被捕获点火;如果神经元没有相邻神经元的激励作用而其内部行为大于等于阈

值,则会发生自然点火.到 $n=N-1$ 时,阈值为 X_{\min} ,对于馈送输入为 X_{\min} 的神经元,即使没有相邻神经元的激励作用,也会发送自然点火.因此,网络运行 N 次,所有的神经元点火有且仅有一次.

2 时间索引图与指纹时间序列

2.1 时间索引图

式(4)的索引图 I 记录了 PCNN 运行的全部信息,其实质是记录了全部像素的点火时间,是输入图像时空整合的结果,因此称之为时间索引图.如果把时间索引图当作输入图像的一个变换结果,则时间索引图是输入图像中空间相邻的相似像素的整合结果,体现的是输入图像的整体视觉特征;PCNN 的一个重要特点是适合处理灰度分布重叠图像,在一定的条件下,时间索引图就是 PCNN 对灰度分布重叠图像进行分离的结果,便于后续处理,如图 1 所示.时间索引图不仅可以实现二值分割,还便于实现 PCNN 多值分割.

2.2 指纹时间序列

图像的个性特征主要体现在图像各像素之间的空间几何特征上,一种好的图像特征不仅要能描述图像的灰度统计特征,更重要的是要包含图像的空间几何信息.时间索引图是输入图像空间相邻的相似像素的整合结果,体现了输入图像的整体视觉特征,因此时间索引图的灰度直方图是输入图像的一个好的特征描述,不仅包含输入图像的灰度信息,还包含了输入图像的空间几何信息,即输入图像的个性特征,因此,我们称时间索引图的灰度直方图为输入图像的指纹时间序列.

3 PCNN 的快速算法实现

3.1 模型简化

本文网络模型的简化主要表现在以下几个方面:内部行为计算的简化,相对于传统的 PCNN,特

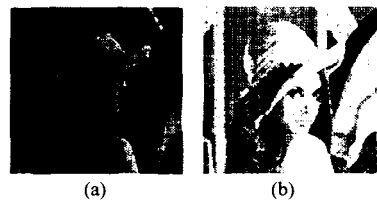


图 1 Lena 图像实例 (a) 原图 (b) 时间索引图 ($N=20$)

Fig. 1 Lena image (a) original image (b) time index image ($N=20$)

别是 Eckhorn 神经元模型相比,馈送输入与连接输入都被极大的简化,阈值的产生方式的简化,传统的 PCNN 的阈值一般是动态计算一个指数函数得到的,在本文中由于运行次数的确定性,使得阈值是通过查找表的方式产生的;网络运行机制的优化,任何一个神经元只能点火一次,一旦点火之后就不再处理该神经元。

在具体实现时,模型的数学公式还可以进一步简化,将式(1)和式(2)代入式(3),则

$$U_{ij}(n) = X_{ij}(1 + \sum_{k,l} c_{ij,kl} Y_{kl}(n-1)), \quad (9)$$

其中,

$$c_{ij,kl} = \beta V_l w_{ij,kl}. \quad (10)$$

在网络开始运行前设定.由于网络的输出取值为0或1,因此式(9)只有一次乘法运算。

3.2 阈值查找表

为了在网络的运行过程中避免费时的指数运算,结合网络的运行机制,我们采用了阈值查找表的技术产生阈值.阈值查找表的大小与网络的运行次数是一致的,其值在网络开始运行前通过计算式(5)产生.结合3.1节的分析,从整个网络来看,在一次迭代过程中,任何一个需要处理的神经元只在计算内部行为时需要一次乘法运算。

3.3 整数运算

从式(7)可知,PCNN主要的操作是在内部行为与阈值之间进行比较,而内部行为的小数引入是因为连接权、连接系数和连接幅值系数引入的.连接权一般取小数点后2位,连接系数也是取小数点后2位,连接幅值系数通常取1,故内部行为的小数通常至少为4位,因此只要在产生系数 $c_{ij,kl}$ 时,将每个系数乘以一个常数因子,如100000等,并转为整数;同时在产生阈值表时同样乘以该常数,并转为整数.由于这些都是在网络开始运行前计算好的,因此并不影响网络的运行效率.其次,在计算式(3)时,将1改为该常数.这样,就可实现网络的整数计算,提高执行效率。

3.4 算法描述

在详细的分析了PCNN的原理及实现技术后,下面给出网络的具体实现算法.其基本过程如下:

初始化:

- (1) 初始化网络参数 $W_{ij,kl}, V_l, \beta, v_\theta, \tau_i$;
 - (2) 按式(10)产生系数 $c_{ij,kl}$,并整数化;
 - (3) 在输入图像中查找 X_{max}, X_{min} ,如果 X_{min} 小于等于0,调整 X_{max}, X_{min} 及输入图像,使 X_{min} 大于0;
 - (4) 按式(5)产生查找表 T 并整数化,计算 N ;
- 网络运行:

(5) 网络初始化,如 L, U, Y, I ,网络运行次数,标识第一个神经元为当前神经元等;

(6) 若当前神经元已点火,则当前神经元输出为0,转步骤(10);

(7) 计算当前神经元的内部行为;

(8) 查找当前神经元的阈值;

(9) 若内部行为大于阈值,输出为1,标识当前神经元已点火;否则输出0,索引图中对应神经元的索引减1;

(10) 若所有神经元未处理完毕,标识下一个神经元为当前神经元,转步骤(6);

(11) 运行次数加1,若运行次数小于 N ,标识第一个神经元为当前神经元,转步骤(6);

(12) 结束。

表1是本文算法(FPCNN)在Lena图像(256×256×256)和Barbara图像(348×280×256)上执行时间的测试结果,比传统PCNN至少快1~2个数量级,表中PCNN为文献[5]中的模型.测试平台:CPU为AMD 1800+,内存为512M,操作系统为Windows 2000。

4 PCNN在图像处理中的应用

4.1 图像增强

基于PCNN的图像细节增强方法如下:首先使用PCNN获得时间索引图,并对时间索引图进行灰度级规格化,灰度级数通常与原输入图像一致;其次,按如下公式计算细节增强图像,

$$X_{DE}(i,j) = (1 - \alpha)X(i,j) + \alpha(X(i,j) - I_{CN}(i,j)), \quad (11)$$

其中, α 是一个的常数[0,1], $X(i,j)$ 为原输入图像, $I_{CN}(i,j)$ 为灰度级规格化的时间索引图, $X_{DE}(i,j)$ 为细节增强图像;最后,将 $X_{DE}(i,j)$ 进行灰度级规格化.在基于PCNN的图像细节增强方法中, α 控制图像细节增强的程度,通常取值为0.5.基于PCNN的图像细节增强如图2(a)所示。

基于PCNN的图像整体视觉增强方法与图像细节增强方法基本一致,在第二步式(12)代替式(11),

$$X_{OE}(i,j) = (1 - \alpha)X(i,j) + \alpha I_{CN}(i,j). \quad (12)$$

基于PCNN的图像整体视觉增强如图2(b)所示。

表1 PCNN算法的执行时间(s)

Table 1 Running time of PCNN(s)

| 图像 | N = 4 | | N = 32 | | N = 256 | |
|---------|-------|-------|--------|-------|---------|-------|
| | PCNN | FPCNN | PCNN | FPCNN | PCNN | FPCNN |
| Lena | 0.109 | 0.015 | 0.953 | 0.078 | 7.453 | 0.515 |
| Barbara | 0.271 | 0.031 | 1.591 | 0.125 | 11.921 | 0.938 |

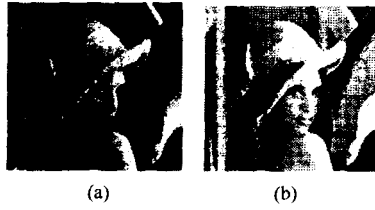


图2 Lena 图像增强实例($N=20$) (a) 细节增强 (b) 整体视觉增强
Fig. 2 Lena image enhancement ($N=20$) (a) detail enhancement (b) overall visual enhancement

4.2 边缘检测

输入图像中一些没有明确意义的细节纹理会产生大量的没有物理意义的边缘,干扰图像的后续处理.理想的边缘检测应该检测具有视觉意义的边缘,在一定条件下,基于 PCNN 的图像边缘检测技术能够减少没有明确意义的细节纹理的干扰.

基于 PCNN 的图像边缘检测方法如下:首先使用 PCNN 获得时间索引图,并对时间索引图进行灰度级规格化,灰度级数通常与原输入图像一致;其次,使用传统图像边缘检测方法在时间索引图中检测边缘.基于 PCNN 的图像边缘检测实验结果如图 3 所示,传统的边缘检测技术采用了拉普拉斯算子.

4.3 图像的自动分割

不同区域灰度分布重叠的图像分割是图像处理中的热点与难点,文献[5]基于 PCNN 首次提出了一种灰度分布重叠的完美图像分割条件及计算方法,文献[6]指出该完美图像分割条件是不充分的.本文认为,文献[5]中的完美图像分割条件是正确的,但过于严格,其计算方法有误,会得出错误的结果.

4.3.1 基于 PCNN 的图像分割原理

考虑一幅只有 2 个区域的图像, R 为目标区, B 为背景区,令 R 的灰度分布范围为 $[X_{Rmin}, X_{Rmax}]$, B 的灰度分布范围为 $[X_{Bmin}, X_{Bmax}]$,且 R 与 B 的灰度分布发生重叠,即 $X_{Rmax} > X_{Bmax} > X_{Rmin}$. 根据文献

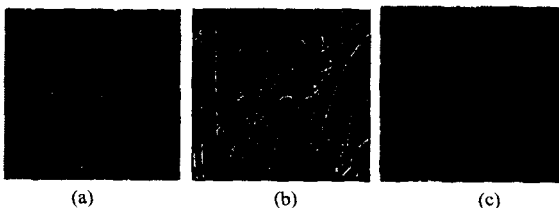


图3 Lena 图像边缘检测实例 (a) 原图 (b) 高斯滤波 (c) PCNN ($N=20$)
Fig. 3 Lena image edge detection (a) original (b) Gaussian filter (c) PCNN ($N=20$)

[5],如果以下 3 个不等式同时成立,该灰度重叠图像能够完美分割,

$$X_{Rmin} (1 + \beta L_{Rmin}(t_R)) \geq X_{Rmax}, \quad (13)$$

$$X_{Bmax} (1 + \beta L_{Bmax}(t_R)) \geq X_{Rmax}, \quad (14)$$

$$X_{Bmin} (1 + \beta L_{Bmin}(t_B)) \geq X_{Bmax}. \quad (15)$$

其中, $L_{Rmin}(t_R)$ 、 $L_{Bmax}(t_R)$ 分别为目标区神经元点火时目标区神经元的最大连接输入和背景区神经元的最大连接输入, $L_{Bmin}(t_B)$ 为背景区神经元点火时背景区的最小连接输入,分别简称为 L_{Rmin} 、 L_{Bmax} 、 L_{Bmin} . 如果式(16)成立,则以上 3 个不等式能够同时成立,

$$\beta_{max} > \beta_{min}. \quad (16)$$

其中,

$$\beta_{max} = ((X_{Rmax}/X_{Bmax}) - 1)/L_{Bmax},$$

$$\beta_{min} = \max[\beta_R, \beta_B],$$

$$\beta_R = ((X_{Rmax}/X_{Rmin}) - 1)/L_{Rmin},$$

$$\beta_B = ((X_{Bmax}/X_{Bmin}) - 1)/L_{Bmin}.$$

文献[5]称式(16)为灰度分布重叠图像完美分割的条件.该条件的推导是正确的,要求解 β ,需要计算 L_{Rmin} 、 L_{Bmax} 和 L_{Bmin} ,文献[5]在该文第 4 节 A 部分计算这 3 个连接输入的方法值得商榷,文献[5]认为这 3 个连接输入由连接半径与目标背景边界的几何形状决定,这样考虑计算 3 个连接输入是没有理论依据的,按照该文提出的计算方法即使图像满足完美图像分割条件,也可能不能完美分割.

4.3.2 PCNN 在图像处理中的适用条件

式(16)是比较严格的,可以放宽. PCNN 完美图像分割的关键是要将不同区域像素的点火时间在时间轴上区别开来,因此我们认为只要满足式(13)和式(14),就可以实现完美图像分割.式(13)和式(14)可分别转化为

$$\beta \geq ((X_{Rmax}/X_{Rmin}) - 1)/L_{Rmin}, \quad (17)$$

$$\beta < ((X_{Rmax}/X_{Bmax}) - 1)/L_{Bmax}, \quad (18)$$

也即是

$$((X_{Rmax}/X_{Bmax}) - 1)/L_{Bmax} > ((X_{Rmax}/X_{Rmin}) - 1)/L_{Rmin}, \quad (19)$$

根据以上分析,我们提出 PCNN 完美图像分割的条件是

$$L_{Rmin}/L_{Bmax} > ((X_{Rmax}/X_{Rmin}) - 1)/((X_{Rmax}/X_{Bmax}) - 1). \quad (20)$$

式(20)条件比式(16)要宽松,并更简单实用,只要输入图像满足式(20),即可实现 PCNN 完美图像分割.完美分割条件式(20)与文献[5]中的完美分割条件相比,其实质是在分割不同的两个区域时,只需要不同区域神经元的点火时间能够区分开来即

可,而不需要式(15)的约束,没那么严格;其次,便于对输入图像估计是否适合 PCNN 处理,比文献[5]中的更为实用方便.

4.3.3 连接系数 β 的计算

目前,大多数文献都是采用多次试验的方法来确定连接系数 β ,是经验性的.下面,我们介绍一种实用的估计方法.

根据 PCNN 完美图像分割条件式(20),相关的变量有 5 个,即 $X_{Rmin}, X_{Rmax}, X_{Bmax}, L_{Bmax}, L_{Rmin}$,只要这 5 个变量已知,就可根据式(17)和式(18)计算 β .如果是特定的应用领域,由于成像的条件及成像的对象比较一致,我们可以用统计的方法来确定 $X_{Rmin}, X_{Rmax}, X_{Bmax}$ 这 3 个参数;如果是通用应用领域,我们可以在实际图像中选取一个典型的靶子区域来估计 X_{Rmin}, X_{Rmax} ,选取一个典型的背景子区域来估计 X_{Bmax} .对于 L_{Bmax} ,根据实际图像中的目标区的大致形状,确定待分割目标是凸目标区域还是凹目标区域,如不能确定,则判定为凸目标区域;如果是凸目标区域,对于四邻域,则为 $1V_i$,对于八邻域,则为 $3V_i$;如果是凹目标区域,对于四邻域,则为 $2V_i$,对于八邻域,则为 $5V_i$.然后,我们就可以计算不等式(20)右边的值,根据不等式右边的值和 L_{Bmax} 的值,以 L_{Rmin} 可能取值中的最小值作为 L_{Rmin} 的值;如果最小值大于最大邻域数,则说明不满足 PCNN 完美图像分割条件.确定了这 5 个变量后,就可根据式(17)和式(18)计算 β .

下面举例说明 β 的计算过程.设有一幅只包含目标与背景的图像,我们选取一个典型的靶子区域,估计 X_{Rmax} 为 250, X_{Rmin} 为 120;选取一个典型的背景子区域,估计 X_{Bmax} 为 175;计算不等式(20)的右边的值为 2.53;并判断目标区域形状为凸,采用四邻域,则 L_{Bmax} 为 $1V_i$; L_{Rmin} 为 $3V_i$. V_i 为 1,根据式(17)和式(18), $\beta \in [0.361, 0.429]$,可取 β 为 0.400.

4.3.4 基于 PCNN 的图像自动分割

基于 PCNN 的图像自动分割方法如下:首先使用 PCNN 获得时间索引图和指纹时间序列;根据指纹时间序列确定待分割目标区域个数及相应的分割阈值;再根据待分割目标个数及分割阈值对时间索引图进行分割,获得输入图像的分割结果.

在 PCNN 图像分割中,我们可以采用一个加速停止条件: $S_{firing} \geq C \cdot S_{total}$,其中 S_{firing} 为已点火神经元总数, S_{total} 为所有神经元数, C 为比例常数,一般取 0.995.图 4 为实际红外图像二值分割实例, (a) 为一幅实际场景的红外图像, (b) 采用 Otsu 方法分割的结果, (c) 为本文所建议的 PCNN 图像分割方法分割的

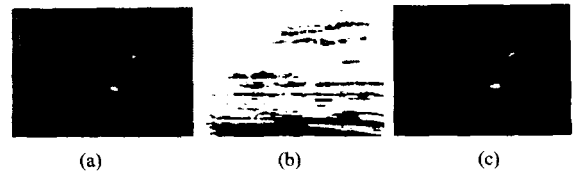


图 4 红外图像分割实例

(a)原图 (b) Otsu 方法 (c)本文 PCNN 图像分割($N=127$)

Fig. 4 An example of infrared image segmentation (a) original image (b) using Otsu (c) using PCNN proposed ($N=127$)

结果;根据本文提出的连接系数计算方法,取 0.80.

5 结语

基于视觉仿生机制的图像处理技术是一个值得研究的课题, PCNN 应用于图像处理的效果取决于两个方面:第一,输入图像是否适合 PCNN 处理;第二,如果输入图像适合 PCNN 处理,如何确定合适的网络参数.本文对 PCNN 进行了深入完整的分析与讨论,引进了时间索引图的概念,使得 PCNN 与传统的图像处理技术完美地结合起来,实现 PCNN 自动图像处理,为 PCNN 在图像处理中的应用提供了新的途径.实现了 PCNN 的快速算法,详细地讨论了 PCNN 在图像处理中的应用,如基于 PCNN 的图像增强、边缘检测方法;同时也讨论了基于 PCNN 的图像分割问题,指出了现有文献报道方法的不足,明确提出了 PCNN 在图像处理中的适用条件及网络参数的设定方法.

REFERENCES

- [1] Eckhorn R, Reitboeck H J, Arndt M, et al. Feature linking via synchronization among distributed assemblies; Simulation of results from cat visual cortex [J]. *Neural Computing*, 1990, 2: 293—307.
- [2] Ranganath H S, Kuntimad G, Johnson J L. Pulse-coupled neural network for image processing [C]. In: *Proceedings of IEEE Southeastcon*, New York: IEEE Press, 1995.
- [3] KONG Xiang-Wu, HUANG Jing, SHI Hao. Infrared image multi-threshold segmentation algorithm based on improved pulse coupled neural networks [J]. *J. Infrared and Millimeter. Waves* (孔祥武, 黄静, 石浩. 基于改进的脉冲耦合神经网络的红外目标分割方法. *红外与毫米波学报*), 2001, 20(5): 365—369.
- [4] Johnson J L, Padgett H J, Arndt M, et al. PCNN model and applications [J]. *IEEE Transaction on Neural Networks*, 1999, 10(3): 480—498.
- [5] Kuntimad G, Ranganath H S. Perfect image segmentation using pulse-coupled neural networks [J]. *IEEE Transaction on Neural Networks*, 1999, 10(3): 591—598.
- [6] Zhang J Y, Bao Z. On condition of perfect image segmentation [C]. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Neural Information Processing*, Shanghai, China, 2001.