

用于毫米波焦面阵成像的小 F 数透镜焦区 矢量衍射场分析*

窦文斌 孙忠良

(东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏, 南京, 210096)

摘要 采用射线追迹法和 Stratton-Chu 衍射积分公式研究透镜像空间的矢量衍射场, 说明了决定衍射场分布样式的口径场相位分布的确定方法, 对双曲面透镜给出了下可入射倾角时的焦区场功率分布, 计算结果与实验吻合, 并考察了焦区场的矢量特性, 计算与实验在毫米波频段完成

关键词 毫米波, 焦面阵成像, 扩展目标, 矢量衍射场.

ANALYSIS OF VECTORIAL DIFFRACTION FIELD IN THE FOCAL SPACE OF A SMALL F-NUMBER LENS FOR MILLIMETER WAVE FPA IMAGING SYSTEM *

DOU Wen-Bin SUN Zhong-Liang

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract By assuming that a linearly polarized plane wave was incident obliquely onto a small F-number lens, ray tracing and Stratton-Chu diffraction formula were used to calculate the vectorial diffracted field in the focal space of the lens. Phase distribution of the field over the exit surface of the lens, which determined the pattern of the diffracted field, was illustrated. The power distributions of the diffracted field in the focal plane of a hyperbolic lens were calculated for different incident angles, which agreed well with the experiments. The vectorial characteristics of the diffracted field were examined. Calculation and experiments were carried out in millimeter wavelength range.

Key words millimeter waves, focal plane array imaging, extended object, vectorial diffracted field.

引言

近年来,毫米波成像引起了广泛的关注,尤其是实时成像的焦面阵成像.焦面阵技术已被用于 2~3mm 波段的成像^[1].然而,有限的可用空间限制光学系统的 F 数即 $f/d \leq 1.25$ 或更小,这严重地限制了系统的成像能力.为估计成像性能,需要获得系统像空间的场分布,像空间的场分布将对焦面馈元的选择、系统与焦面馈元之间的耦合和焦面阵封装效率的估计提供足够的信息.另外,焦面阵馈元特性是与极化相关的,因此不能套用光学标量衍射理论的结果.众所周知,爱里斑表达式 $2J_1(u)/u$ 只对 F 数较大的常规光学系统适用.虽然在光波和微波频段对透镜焦点附近的场振幅和相位做过研究^[2,3],但标量理论对

像区的电磁场没有给出需要的矢量信息,需要寻求矢量解.完全的矢量解是 80 多年前 Ignatowsky 首先给出的,但他没有给出焦区场的积分表达式的数值结果.第二个试图解决此问题的是 Lunenberg^[4],然而他仅限于一般的讨论并未涉及具体问题的求解.实质性的进展是由 Wolf 做出的^[5],他对齐明情形重新推导了 Ignatowsky 表达像区场的矢量衍射积分式. Richards 和 Wolf 然后做了大量数值计算^[6]. Wolf 在推导中做了几个假设,其中一个在文献^[7]中做了讨论. Hsu 和 Baraket^[8]运用 Stratton-Chu 衍射积分公式处理同样的问题,但他们在处理中对像区点 P 和成像口径上点 Q 之间的距离做了近轴近似. Wolf, Hsu 和 Baraket 都假设辐射点源在光轴方向的无穷远(即平面波垂直入射在系统入射光瞳上或光轴上无穷远处

* 国家自然科学基金(批准号 69971009)资助项目
稿件收到日期 2001-04-02,修改稿收到日期 2001-07-20

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 69971009)
Received 2001-04-02, revised 2001-07-20

点目标),没有考虑扩展目标即倾斜入射情形的成像,且仅考虑了齐明情形.本文将考虑扩展目标通过 F 数非齐明光学系统后在其像区的矢量衍射场分布.这对毫米波焦面阵成像非常重要.由于很难获得像区衍射场的闭合表达式,本文给出数值计算结果并与实验结果作了比较.

1 分析

考虑一旋转对称光学系统,设点源位于无穷远,但不在光轴上.设点源给出一线极化单色波入射在系统入射光瞳上.因点源在无穷远处,故实际上是一线极化平面波倾斜入射在光学系统入射光瞳上.假设成像透镜孔径比入射波长大得多,即 $D/\lambda \gg 1$,因而孔径边缘对孔径中的场的影响可忽略不计,再假设成像透镜表面的曲率半径比波长大得多,于是可用射线追迹来求出光学系统出射光瞳口径上的场.考虑单透镜成像系统如图 1 所示,为分析方便,设透镜嵌在一理想吸收屏上,故可不考虑透镜外的场对像空间衍射场的影响, θ_0 是平面波入射角.射线追迹法在许多参考书中有叙述^[9],这里不再赘述.

当用射线追迹求出系统出射口径上的电磁场后,即可采用 Stratton-Chu 矢量衍射积分来求出像空间的场^[10],即

$$\vec{E}_p = -\frac{1}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_s [(\vec{J} \cdot \nabla) \nabla + k^2 \vec{J} - j\omega\epsilon_0 \vec{J}_m \cdot \nabla] \frac{\exp(-jkr_s)}{r_s} ds, \quad (1)$$

$$\vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}, \quad \vec{J}_m = -\vec{n} \times \vec{E}, \quad (2)$$

式(1)中积分遍及出射口径, \vec{H} 和 \vec{E} 是出射口径上的场,可用射线追迹法确定, r_s 是出射口径上源点 (x', y', z') 与像空间场点 (x_0, y_0, z_0) 之间的距离, \vec{n} 是出射口径上单位法向矢量.式(1)可以分解成

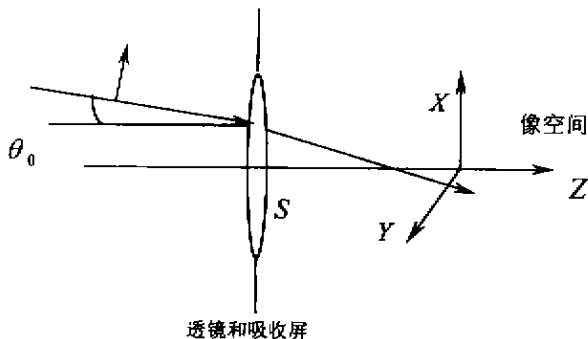


图 1 光学系统示意
Fig. 1 Sketch of optical system

$$\vec{E}_p = \vec{E}_{p1} + \vec{E}_{p2} + \vec{E}_{p3}, \quad (3)$$

$$\vec{E}_{p1} = -j \frac{k^2}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_s \left[-(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s + \vec{J} + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{J}_m \times \hat{r}_s \right] \frac{\exp(-jkr_s)}{r_s} ds, \quad (4)$$

$$\vec{E}_{p2} = -j^2 \frac{k}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_s \left[3(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s - \vec{J} - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{J}_m \times \hat{r}_s \right] \frac{\exp(-jkr_s)}{r_s^2} ds, \quad (5)$$

$$\vec{E}_{p3} = -\frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_s \left[3(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s - \vec{J} \right] \frac{\exp(-jkr_s)}{r_s^3} ds, \quad (6)$$

\hat{r}_s 是从源点指向场点的单位矢量, \vec{J} 和 \vec{J}_m 是复矢量,即

$$\vec{J} = \hat{J} |\vec{J}| \exp(j\Phi), \quad \vec{J}_m = \hat{J}_m |J_m| \exp(j\Phi), \quad (7)$$

\hat{J} 和 \hat{J}_m 是单位矢量, Φ 是出射口径上场的相位分布,它是入射角 θ_0 、出射点位置和光学系统中透镜的特性等的函数,显然,不同的 Φ 将在光学系统像空间给出不同的衍射场分布.光学系统的像差也将由 Φ 表现,因此 Φ 是计算扩展目标的像的关键. Φ 用光程来确定,即 $\Phi = k_0 s$,这里 k_0 是自由空间波数, s 是射线从入射平面波某参考面的透镜出射口径面的光程,见图 2 说明.在我们的处理中已假设入射波为线极化波,其它极化波可表为线极化波的叠加.

对于透镜出射口径上的 Q_2 点,有

$$s = [Q_0 Q_1] + n [Q_1 Q_2], \quad (8)$$

$[Q_0 Q_1]$ 是从 Q_0 点到 Q_1 点的几何长度, $[Q_1 Q_2]$ 是从 Q_1 点到 Q_2 点的几何长度, n 是透镜折射率.因此, Q_2 点场的相位分布为

$$\exp(j\Phi) = \exp(-jk_0 s), \quad (9)$$

Q_2 点的位置由射线追迹确定.透镜出射口径上其它点的相位类似确定.

取

$$\exp[-jk_0(s + r_s)] = \exp(j\Psi), \quad (10)$$

则式(4)~式(6)重新写为

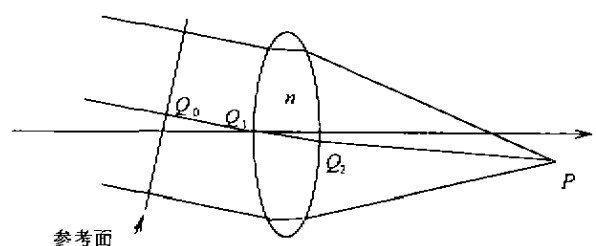


图 2 s 的说明
Fig 2 Illustration about s

$$\vec{E}_{\rho 1} = -j \frac{k^2}{4\pi\omega\epsilon} \int_{\Sigma} \left[-(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s + \vec{J} + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{J}_m \cdot \hat{r}_s \right] \frac{\exp(j\Psi)}{r_s^3} ds, \quad (11)$$

$$\vec{E}_{\rho 2} = -j^2 \frac{k}{4\pi\omega\epsilon} \int_{\Sigma} \left[3(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s - \vec{J} - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{J}_m \cdot \hat{r}_s \right] \frac{\exp(j\Psi)}{r_s^3} ds, \quad (12)$$

$$\vec{E}_{\rho 3} = -\frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \int_{\Sigma} \left[3(\vec{J} \cdot \hat{r}_s) \hat{r}_s - \vec{J} \right] \frac{\exp(j\Psi)}{r_s^3} ds, \quad (13)$$

现在 \vec{J} 和 \vec{J}_m 理解为实量, $\exp(j\Psi)$ 的意义说明如下: 如果从入射平面波参考面上发出的所有射线到达光学系统像空间的一点 P 处光程相同, 则各射线场在此点同相相加, 否则将互相抵消, 于是出现衍射斑花样. 参考面设置任意, 只要位置在透镜前且与入射波传播方向垂直即可.

设我们感兴趣的是透镜焦平面, 入射波垂直入射在透镜上且透镜为齐明的, 则从参考面到透镜焦点的光程相等, 故焦点处的衍射场有最大值. 对于非齐明透镜, 各射线从参考面到透镜焦点的光程不相等, 例如存在球差, 则焦点处的衍射场值比齐明情形的要小. 对于倾斜入射, 各射线到达透镜焦区某一点的光程一般不相等, 于是由式(11)~(13)计算出的衍射斑也与垂直入射时的衍射斑不相同, 因此, Ψ 描述了透镜像空间各场点之间的相位关系. 所有的像差如球差、慧差和像散都包括在 Ψ 函数中. 对于复杂的光学系统, 像差函数很难用解析表达式给出, 但用本文的数值计算方法, 可以得出光学系统的矢量衍射场.

2 实例

本文以双曲面透镜为例, 双曲面透镜的入射面为平面, 出射面为旋转对称双曲面. 其光学特性是: 垂直入射到透镜上的一组平行射线经透镜折射后全部汇集到透镜的焦点, 即无球差. 设入射波极化方向在 X - Z 平面(见图 1), 故像空间的主极化场是 E_x . 首先给出像空间 E_x 的分布, 其它场分量后面再讨论.

2.1 实验验证

双曲面透镜成像系统类似图 1 所示, 实验中透镜直径 $D=120\text{nm}$, 焦距 120mm , 即 F 数等于 1, 透镜介电常数 $\epsilon_r=2.1$. 一波纹喇叭放在距透镜一定距离上向着透镜辐射线极化波, 另一波纹喇叭放在透镜焦面上接收信号. 焦面上的接收喇叭固定在一机械装置上, 使喇叭可以在焦面的 x 方向和 y 方向移动. 发射喇叭与信号源连接, 接收喇叭与功率计连接, 故测量的是功率分布. 计算出衍射场后再取模值的平方得到

正比于功率的分布. 两者都关于自身最大值归一, 再进行比较. 图 3 给出了不同入射角时计算值和测量值的比较, 工作频率 94.5GHz .

由图 3 可见两者基本吻合, 计算与实验结果的微小差别可能是如下原因: (1) 接收喇叭不可能无限小, 它在接收信号的同时也扰动了焦面场; (2) 透镜和接收喇叭系统没有用理想吸收材料包住, 发射喇叭辐射的电磁波可能会绕过透镜的固定支架衍射到接收喇叭处; (3) 当喇叭在焦面上移动时, 喇叭与焦面场的耦合特性随喇叭位置的不同而不同; (4) 接收喇叭的机械移动装置存在移动误差.

2.2 与常规光学衍射斑结果的比较

由光学理论知, 圆孔径的衍射斑(即 Airy 斑)角宽度为

$$\Delta\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{a}, \quad (14)$$

式(14)中 λ 是波长, a 是圆孔半径. 对于 F 数为 1 的系统, Airy 斑半径为 1.22λ . 这里的 $f=94.5\text{GHz}$, λ 为 3.17nm . 于是 Airy 斑半径应为 $1.22\lambda=3.87\text{mm}$. 图 3 的计算结果和测度结果都表明对于 $F=1$ 的系统, 衍射斑半径大于式(14)预计的半径. 为进一步比较, 图 4 对垂直入射情形给出了不同 F 数时本文算得的衍射斑分布与由 Airy 斑公式(15)算得的分布比较. 圆孔的衍射斑强度分布为^[12]

$$I(R) = \left(2 \frac{J_1(uR)}{uR} \right)^2, \quad R = \frac{2\pi\rho}{\lambda b}. \quad (15)$$

式中 ρ 为焦面上观察点与光轴的距离, b 为焦面与孔径的距离.

图 4 给出的是归一化结果, 它显示, 当 $F \geq 3$ 时, 本文的结果与式(15)吻合良好. 对于 $F \approx 1$ 的小 F 数系统, 衍射斑半径要比 Airy 斑公式(15)预计的大, 衍射斑半径增大意味着成像清晰度下降.

2.3 矢量特性

常规光学衍射理论一般不讨论焦区场的矢量特性. 对小 F 数透镜成像系统, 焦区场的矢量特性显现出来, 不能忽略. 毫米波焦面阵由天线构成, 天线与衍射场的耦合与场的矢量特性有关; 另一方面非主极化场的存在也降低透镜的衍射效率. 本文考虑了入射场在 X - Z 平面, 故 E_x 为衍射场主极化场, 图 3 已给出了它的分布. 计算发现 E_y 的值很小, 可以忽略. 图 5 给出几个入射倾角下 E_x 的分布. 计算发现, 随着入射角增加, E_x 的模值在增加, 这是透镜衍射效率随着入射角增加降低的一个原因. 图 5 表明, E_x 分布关于 Y - Z 平面对称.

3 结论

采用射线追迹与衍射积分的方法可以计算 F 数透镜的焦区矢量衍射场. 衍射口径上场的相位用光程函数来表示, 其概念是: 光学系统的焦区衍射场是光学系统出射口径上各个小面积的辐射场相互干涉的结果. 该方法可用于计算扩展目标的像. 以双曲面透

镜作为小 F 数光学系统的例子, 计算了它的焦区矢量衍射场. 结果表明, 对小 F 数透镜, 衍射斑半径比 Airy 斑公式预计的要大. 计算结果用数值法得到, 未做近轴或其它近似. 计算与实验结果做了比较, 吻合较好. 焦面场分布计算结果对毫米波焦面阵设计有重要价值. 该方法还可用于计算更复杂的光学系统的焦区矢量衍射场.

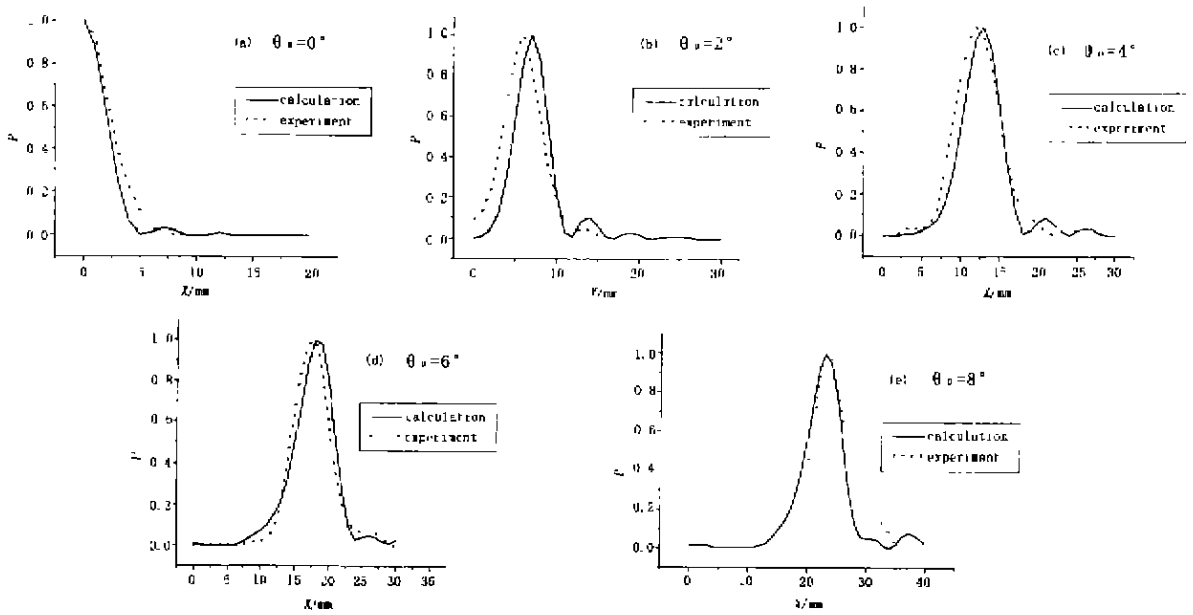


图 3 焦面场功率分布
Fig. 3 Power distribution of diffracted field in focal plane

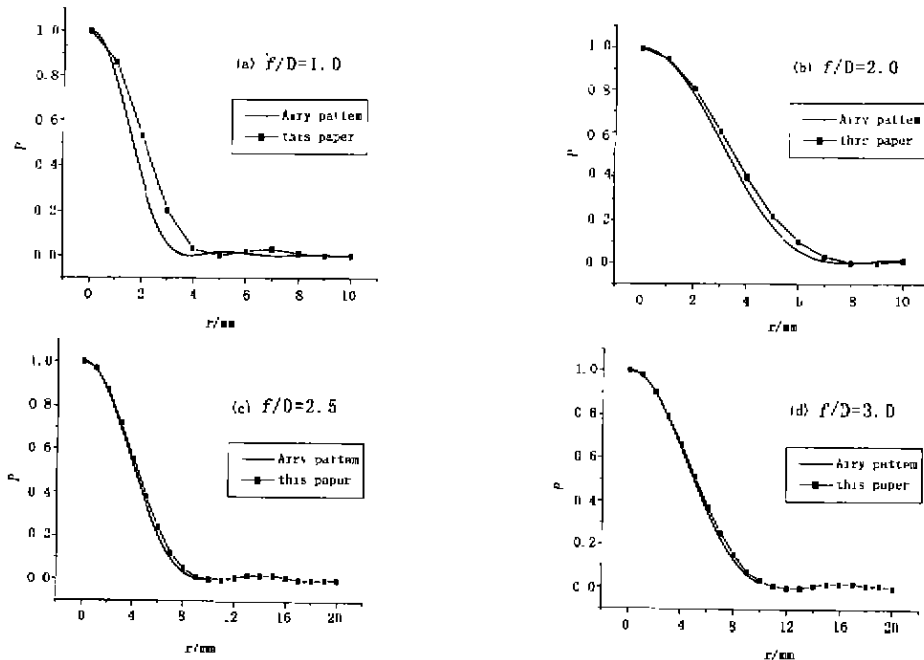
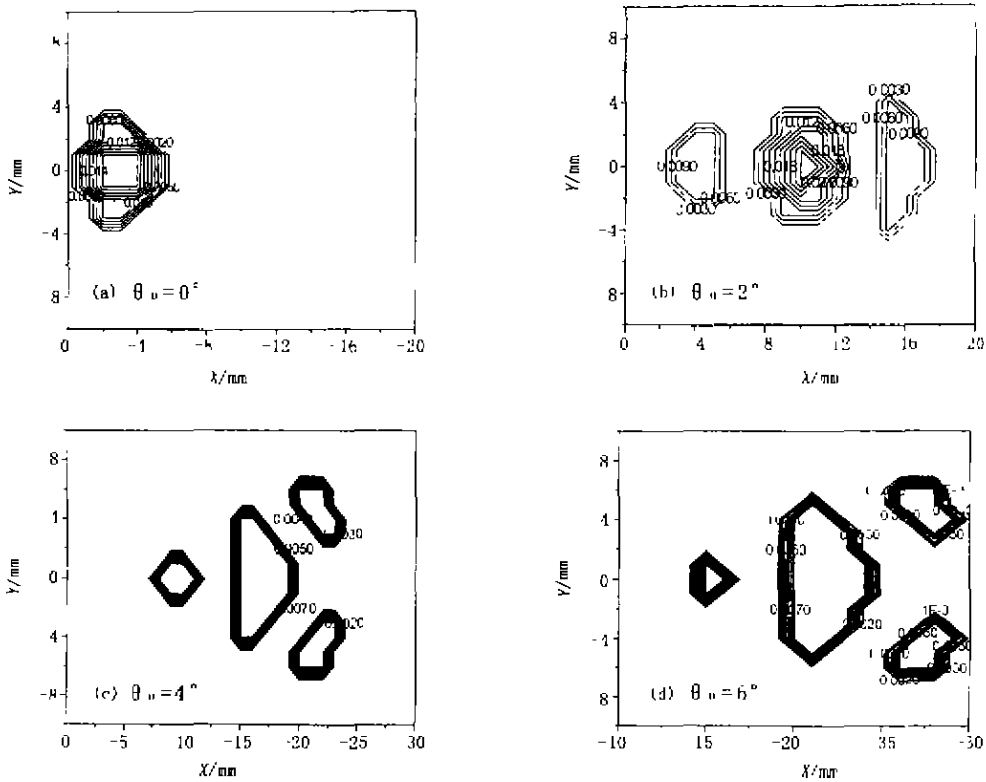


图 4 衍射斑分布比较
Fig. 4 Comparison of the diffracted pattern in this paper with that in Airy's

图5 焦面上 $|E_z|^2$ 分布Fig.5 $|E_z|^2$ distribution in focal plane

REFERENCES

- [1] Goldsmith P F, Hsieh C T, Huguenin G R, *et al.* Focal plane imaging systems for millimeter wavelengths. *IEEE Trans.*, 1993, MTT-41(10):1664—1675
- [2] Born M, Wolf E. New York: *Principle of Optics*, Pergamon Press, 1959, 434—440
- [3] Matthews P A, Cullen A L. A study of the field distribution at an axial focus of a square microwave lens. *Proc. IEE*, 1956, 103C:449—455
- [4] Luneberg R K. *Mathematical Theory of Optics*. Berkeley: University of California, 1964, Chap. 6
- [5] Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. I. an integral representation of the image field. *Proc. R. Soc.*, London, 1959, Ser. A253, 349—357
- [6] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems II. structure of the image in an aplanatic system. *Proc. R. Soc.*, London, 1959, Ser. A253, 358—379
- [7] Wolf E, Li Y. Conditions for the validity of the Debye integral representation of focused fields. *Opt. Commun.*, 1981, 39: 205—210
- [8] Hsu W, Barakat R. Stratton-Chu vectorial diffraction of electromagnetic field by apertures with application to small-Fresnel-number systems. *J. Opt. Soc. Am.*, 1994, A, 11(2): 623—629
- [9] Solimeno S, Crosignani B, Porto P D. *Guiding, Diffraction, and Confinement of Optical Radiation*. San Diego: Academic, 1986
- [10] Silver S. *Microwave Antenna Theory and Design*. New York: McGraw-Hill, 1949
- [11] Born M, Wolf E. *Principles of Optics*, New York: Pergamon Press, 1980
- [12] 久保田広. *波动光学*, 东京:岩波书店, 1971. 刘瑞祥译, 王国强校. 北京: 科学出版社, 1983