

# 一种基于多模型高斯逆 Wishart PHD 滤波器的 空间邻近目标跟踪方法

张慧, 徐晖, 安玮, 盛卫东, 龙云利  
(国防科学技术大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 将空间邻近目标 (Closely Spaced Objects, CSOs) 整体建模为扩展目标 (Extended Target, ET), 用随机矢量和随机矩阵分别描述 CSOs 质心运动和扩散状态, 并采用高斯逆 Wishart (Gaussian inverse Wishart, GIW) 概率假设密度 (Probability Hypothesis Density, PHD) 滤波器实现杂波和漏检条件下 CSOs 的稳定跟踪. 修正了原 GIW-PHD 滤波器量测模型和形状估计的缺陷, 给出新的递推表达式, 并在此基础上提出一种多(形变)模型 GIW-PHD 滤波器, 以适应 CSOs 分裂和融合引起的形状变化. 仿真结果表明, 所提算法能够有效跟踪 CSOs, 状态估计比原 GIW-PHD 更加准确, 对 CSOs 的变化更加敏感.

**关键词:** 红外传感器; 像平面; 空间邻近目标; 扩展目标概率假设密度滤波器; 多模型; 高斯逆 Wishart 分布  
**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A

## A multiple-model Gaussian inverse Wishart PHD filter for closely spaced objects tracking

ZHANG Hui, XU Hui, AN Wei, SHENG Wei-Dong, LONG Yun-Li  
(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The Closely Spaced Objects (CSOs) unity is treated as an extended target with a random vector and a random matrix to respectively represent the kinematic states of the centroid and the extension state. Then the Gaussian inverse Wishart implementation of extended-target PHD filter is utilized to track CSOs under clutter and miss detection. New recursive expressions are given for the ill modeling of the original GIW-PHD filter. Consequentially, multiple (shape) models can be easily incorporated with the modified GIW-PHD filter to handle extension changes caused by splitting and merging of CSOs. The effectiveness of the proposed method is demonstrated by simulations. Simulation results show that the proposed method not only improves the estimation precision of the states, but also more sensitive to the extension changes of CSOs compared with the original GIW-PHD filter.

**Key words:** infrared sensors, focal plane array, closely spaced objects, extended targets probability hypothesis density filter, multiple model, Gaussian Inverse Wishart distribution

**PACS:** 02.50.-r, 02.10.Yn, 07.60.-j, 42.30.Va

### 引言

弹道导弹释放多弹头和伴飞诱饵的中段突防技术使天基红外传感器信息处理系统面临严峻挑战<sup>[1]</sup>. 这是因为弹头、诱饵及其他助推残留物构真空中运动特性相似, 相对速度小, 在传感器远距离探测和有限分辨率条件下, 像平面投影位置密集, 形成

空间邻近目标 (Closely Spaced Objects, CSOs)<sup>[1-3]</sup>. 同时, 目标能量受光学点扩散函数 (Point Spread Function, PSF) 影响扩散至多个像元区域, 而 CSOs 响应叠加, 呈现为像素簇 (pixel-cluster)<sup>[4-5]</sup>, 难以确定目标个数和位置等信息. 此外, 随着目标群的扩散和观测条件的变化, CSOs 还会不断的分裂融合, 像素簇大小和个数不断变化. 若继续使用传统多目标

收稿日期: 2013-07-17, 修回日期: 2014-02-20

Received date: 2013-07-17, revised date: 2014-02-20

基金项目: 中国博士后科学基金(2013M532167) General Financial Grant from the China Postdoctoral Science Foundation

作者简介: 张慧(1984-), 女, 安徽合肥人, 博士研究生, 主要研究领域为空间信息获取、多目标跟踪和红外图像处理等. E-mail: zhanghui\_128a@163.com

跟踪方法维持目标个体轨迹,必将产生大量错误和冗余关联假设,过度占用系统资源,即使形成有效轨迹,跟踪精度往往也很低<sup>[2,4,6]</sup>.因此,需在目标过于密集时,放弃对单个目标的跟踪,仅维持 CSOs 整体的稳定跟踪,待目标扩散后再将跟踪重心回归到单目标,即组跟踪 (Group/Cluster tracking) 的处理模式<sup>[5,6]</sup>.

文献 7 将组跟踪划分为基于群整体的质心 (Centroid) 组跟踪和基于成员的编队 (Formation) 组跟踪两类.由于像素簇隐藏了目标信息,编队组跟踪类方法难以适用.文献 2 和 3 研究了单群目标质心组跟踪方法,量测集均值用于更新质心运动状态,方差矩阵为扩散范围.针对 CSOs 的分裂融合变化,Gadaleta 等人提出了多帧聚类假设多帧分配方法<sup>[4]</sup>.该方法逻辑计算复杂,难以用于目标大量分裂场景.随后,Gliholm 等人对扩展目标 (Extended Targets, ET) 的建模方式给质心组跟踪提供了新途径<sup>[8]</sup>,这是因为 CSOs 作为整体时具有“产生多个量测”扩展目标特性<sup>[2,3,6]</sup>.2008 年,Koch 等人提出了基于随机矩阵理论的单扩展目标贝叶斯滤波算法<sup>[9]</sup>.该算法用随机矢量和正定对称随机矩阵描述目标质心运动状态和扩散状态,进而将目标后验概率密度用多维高斯分布及其共轭先验——逆 Wishart 分布的乘积形式近似,实现质心运动状态和形状联合估计.文献 10、11 对 Koch 方法中存在的问题进行了研究和改进.2009 年,Mahler 提出了多扩展目标 PHD 滤波理论<sup>[12]</sup>.文献 13、14 给出了该理论的两种实现方法,即高斯混合 (Gaussian Mixture, GM) PHD 滤波器和高斯逆 Wishart (Gaussian Inverse Wishart, GIW) PHD 滤波器.其中,ET-GM-PHD 仅能估计质心运动状态,而 GIW-PHD 沿用了 Koch 方法的模型和基本假设,形状估计存在缺陷.

鉴于 GIW-PHD 滤波器具有在杂波和漏检条件下具有联合估计扩展目标质心状态和形状的能力,将其用于解决天基红外传感器像平面 CSOs 组跟踪问题.通过使用文献<sup>[16]</sup>中相关模型和假设,弥补原 GIW-PHD 形状估计缺陷,并给出新的递推表达式.在此基础上,将多模型 (multiple model) 方法<sup>[27]</sup>引入 GIW-PHD 中,提出一种多 (形变) 模型 GIW-PHD 滤波器,即 MM-GIW-PHD 滤波器.通过构建中段目标群场景,验证所提算法的有效性,并与原 GIW-PHD 比较跟踪性能.

## 1 扩展目标 PHD 滤波基本原理

记  $k$  时刻目标状态为  $\xi_k$ ,量测集为  $\mathbf{Z}_k =$

$\{z_k^{(j)}\}_{j=1}^{N_{z,k}}$ ,累计到  $k$  时刻的所有量测为  $\mathbf{Z}^k$ .目标存活和检测概率分别为  $p_s(\xi_k)$  和  $p_D(\xi_k)$ .目标产生量测个数及杂波个数分别服从均值为  $\gamma(\xi_k)$  和  $\lambda_k$  的泊松分布,杂波位置服从均匀分布.

### 1.1 预测步骤

$$D_{kl|k-1}(\xi_k | \mathbf{Z}^{k-1}) = \int p_s(\xi_k) f_{kl|k-1}(\xi_k | \xi_{k-1}) D_{k-1|k-1}(\xi_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}) d\xi_{k-1}, \quad (1)$$

$$+ D_k^b(\xi_k)$$

式中,  $f_{kl|k-1}(\xi_k | \xi_{k-1})$ —目标状态转移概率密度;

$D_k^b(\xi_k)$ —新生目标强度函数.

### 1.2 更新步骤

$$D_{kl|k}(\xi_k | \mathbf{Z}^k) = L_{Z_k}(\xi_k) D_{kl|k-1}(\xi_k) \quad , \quad (2)$$

其中,  $L_{Z_k}(\xi_k)$  为伪似然函数,表达式如下:

$$L_{Z_k}(\xi_k) = (1 - e^{-\gamma(\xi_k)}) p_D(\xi_k) + e^{-\gamma(\xi_k)} p_D(\xi_k) \times \sum_{p \in \mathcal{Z}_k} \omega_p \sum_{W \in \mathcal{P}} \frac{\gamma(\xi_k)^{|W|}}{d_W} \prod_{z_k \in W} \frac{\phi_{z_k}(\xi_k)}{\lambda_k c_k(z_k)} \quad , \quad (3)$$

式中,  $\phi_{z_k}(\xi_k) \triangleq p(z_k | \xi_k)$ —目标产生量测似然函数;  $c_k(z_k)$ —杂波在观测区域空间分布概率密度;  $p \in \mathcal{Z}_k$ —量测集  $\mathbf{Z}_k$  的  $p$  种划分;  $W \in \mathcal{P}$ —属于第  $p$  种划分的非空量测子集,  $|W|$  表示子集中包含的量测数目.  $\omega_p$  和  $d_W$  分别为每种划分和划分子集的权重:

$$\omega_p = \frac{\prod_{W \in \mathcal{P}} d_W}{\sum_{p' \in \mathcal{Z}_k} \prod_{W' \in \mathcal{P}'} d_{W'}} \quad , \quad (4)$$

$$d_W = \delta_{|W|,1} + D_{kl|k-1} \left[ p_D \gamma^{|W|} e^{-\gamma} \prod_{z_k \in W} \frac{\phi_{z_k}}{\lambda_k c_k(z_k)} \right] \quad , \quad (5)$$

式中,  $\delta_{i,j}$  为克罗内克 delta 函数,概率生成泛函  $D_{kl|k-1}[h] = \int h(x) D_{kl|k-1}(x | \mathbf{Z}^{k-1}) dx$ .对目标强度式积分,即为扩展目标个数估计.与传统多目标 PHD 相比,ET-PHD 没有明确的分裂目标模型,同时增加了量测划分步骤.其中,量测划分是 ET-PHD 滤波器性能好坏的关键,并以此解决分裂目标问题<sup>[12-14]</sup>.

## 2 CSOs 模型描述

### 2.1 状态模型

$k$  时刻多组 CSOs 状态集记为  $\Psi_k = \{\xi_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_{x,k}}$ ,其中  $\xi_k \triangleq (\mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k)$ ,  $N_{x,k}$  为未知 CSOs 组个数.随机向量  $\mathbf{x}_k \in^{sd \times 1}$  表示 CSOs 质心运动状态,正定对称随机矩阵  $\mathbf{X}_k \in^{d \times d}$  描述 CSOs 扩散状态.对于二维像平面 ( $d=2$ ),  $\mathbf{X}_k$  表示椭圆,采用如下质心运动模型<sup>[9,10,14]</sup>,

$$\mathbf{x}_k^{(i)} = (\mathbf{F}_{klk-1} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_{k-1}^{(i)} + \mathbf{w}_k^{(i)}, \quad (6)$$

式中,符号“ $\otimes$ ”表示矩阵直积, $\mathbf{F}_{klk-1}$ 为等效状态转移矩阵, $\mathbf{I}_d$ 为 $d$ 维的单位阵.过程噪声 $\mathbf{w}_k^{(i)}$ 服从高斯分布 $N(0, \mathbf{Q}_k \otimes \mathbf{X}_k^{(i)})$ .

## 2.2 量测模型

CSOs 产生量测模型如下<sup>[15-16,24]</sup>:

$$\mathbf{z}_k^{(j)} = (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k^{(i)} + \mathbf{e}_k^{(j)}, \quad (7)$$

式中, $\mathbf{H}_k$ 为等效观测矩阵,量测噪声 $\mathbf{e}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$ .文献9、14中噪声方差 $\mathbf{R}_k = \mathbf{X}_k^{(i)}$ ,该噪声模型无形中扩大了量测分布范围,量测应限制在目标扩散范围内近似为均匀分布<sup>[11]</sup>.因此,文献10、11将其改为 $\mathbf{R}_k = \varepsilon \mathbf{X}_k^{(i)} + \mathbf{v}_k$ ,其中, $\varepsilon$ 为比例因子(实际量测均匀分布时为0.25<sup>[10,11]</sup>).但是“和”形式难以进行贝叶斯推导<sup>[10]</sup>,故采用文献10的变换形式 $\mathbf{B}_k \mathbf{X}_k^{(i)} \mathbf{B}_k^T = \varepsilon \mathbf{X}_k^{(i)} + \mathbf{v}_k$ ,矩阵 $\mathbf{B}_k$ 表达式如下:

$$\mathbf{B}_k = (\varepsilon \mathbf{X}_k^{(i)} + \mathbf{v}_k)^{\frac{1}{2}} \mathbf{X}_k^{-\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

当 $\mathbf{B}_k = \mathbf{I}_d$ 时,退化为文献<sup>[9]</sup>和<sup>[14]</sup>使用的量测模型.

## 3 修正的 GIW-PHD 滤波器

在上述目标状态模型的基础上,假设 $k-1$ 时刻目标强度近似为混合高斯逆 Wishart 分布的形式<sup>[14]</sup>,即:

$$D_{k-1}(\xi_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}) \approx \sum_{j=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_{k-1}) \times \text{IW}(\mathbf{X}_{k-1}; \nu_{k-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{k-1}^{(j)}) \quad (9)$$

式中, $J_{k-1}$ 为 GIW 项个数, $w_{k-1}^{(j)}$ 为第 $j$ 项的权值, $\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_{k-1}$ 分别为高斯分布的均值和方差, $\nu_{k-1}^{(j)}$ 和 $\mathbf{V}_{k-1}^{(j)}$ 则为逆 Wishart 分布 $\mathcal{IW}(X; \nu, V)$ 的自由度和逆标度矩阵.质心运动状态协方差估计 $\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^{(j)}$ 和扩散状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^{(j)}$ 分别为<sup>[9,14]</sup>:

$$\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^{(j)} = \frac{\mathbf{P}_{k-1}^{(j)} \otimes \mathbf{V}_{k-1}^{(j)}}{\nu_{k-1}^{(j)} + s - sd - 2}, \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^{(j)} = \frac{\mathbf{V}_{k-1}^{(j)}}{\nu_{k-1}^{(j)} - 2d - 2}. \quad (11)$$

目标状态 $\xi_{klk} \triangleq (\mathbf{m}_{klk}^{(j)}, \mathbf{P}_{klk}^{(j)}, \nu_{klk}^{(j)}, \mathbf{V}_{klk}^{(j)})$ 将按图1执行 GIW-PHD 滤波过程.

其中,量测划分、GIW 项裁剪与融合以及状态提取方法与文献<sup>[14]</sup>一致,不再赘述.预测和更新部分将采用新模型进行修正,详细步骤如下.

### 3.1 预测步骤

首先将式中目标状态转移概率密度写成如下形

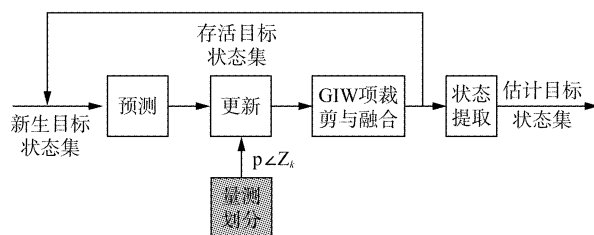


图1 GIW-PHD 滤波器结构图

Fig. 1 The framework of the GIW-PHD filter

式<sup>[9,14]</sup>,即:

$$f_{klk-1}(\xi_k | \xi_{k-1}) \approx f_{klk-1}^x(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{X}_k) f_{klk-1}^X(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}) \quad (12)$$

其中,质心状态转移概率密度按式(6)可表示为:

$$f_{klk-1}^x(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{X}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; (\mathbf{F}_{klk-1} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_k \otimes \mathbf{X}_k) \quad (13)$$

而目标形变概率密度则采用文献<sup>[10]</sup>的 Wishart 分布形式,即:

$$f_{klk-1}^X(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}) = \mathcal{W}(\mathbf{X}_k; \delta_k, \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{k-1} \mathbf{A}_k^T) \quad (14)$$

式中, $\mathbf{A}_k \in \mathbf{R}^{d \times d}$ 可为任意正定对称矩阵,表示目标形变,如缩放,旋转等,而 $\delta_k$ 既描述了扩散大小的变化程度,又代表某种形变模型的不确定度<sup>[16]</sup>.在文献9和14中,式(14)的期望 $E[\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}] = \mathbf{X}_{k-1}$ (对应 $\mathbf{A}_k = \frac{\mathbf{I}_d}{\sqrt{\delta_k}}$ ),即假设目标形状不变.这也是原 GIW-PHD 对目标形变不敏感的根本所在.

那么, $k$ 时刻预测的存活目标强度按式(1)、(12)、(13)和(14)计算可写为:

$$\sum_{j=1}^{J_{k-1}} p_s w_{k-1}^{(j)} \int_{\text{运动状态部分}} f_{klk-1}^x(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{X}_k) \times \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \times \int_{\text{扩散状态部分}} f_{klk-1}^X(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}) \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{k-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{k-1}^{(j)}) d\mathbf{X}_{k-1} \quad (15)$$

$$= \sum_{j=1}^{J_{k-1}} w_{klk-1}^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{klk-1}^{(j)})$$

其中, $w_{klk-1}^{(j)} = p_s w_{k-1}^{(j)}$ (假设存活概率与目标状态无关<sup>[14]</sup>).预测运动状态表达式为<sup>[14]</sup>:

$$\mathbf{m}_{klk-1}^{(j)} = (\mathbf{F}_{klk-1} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} = \mathbf{F}_{klk-1} \mathbf{P}_{k-1}^{(j)} \mathbf{F}_{klk-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (17)$$

由 Wishart 分布特性知,扩散状态部分积分结果为“Generalized Beta Type II”分布形式<sup>[10]</sup>,即:

$$\int_{\text{扩散状态部分}} f_{klk-1}^X(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}) \text{IW}(\mathbf{X}_{k-1}; \nu_{k-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{k-1}^{(j)}) d\mathbf{X}_{k-1} = \text{GB}_d^{\text{II}}\left(\mathbf{X}_k; \frac{\delta_k}{2}, \frac{\nu_{k-1}^{(j)} - d - 1}{2}, \mathbf{A}_k \mathbf{V}_{k-1}^{(j)} \mathbf{A}_k^T, \mathbf{0}_d\right) \quad (18)$$

因此,需用逆 Wishart 分布近似  $\mathcal{GB}_d^{\text{II}}(\cdot)$  分布,得到新的预测扩散状态表达式如下:

$$v_{klk-1}^{(j)} = \frac{2\delta_k(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 3)(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 4)}{(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 2)(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 2 + \delta_k)} + 2d + 4, \quad (19)$$

$$\mathbf{V}_{klk-1}^{(j)} = \frac{\delta_k(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 2)}{(v_{k-1}^{(j)} - 2d - 2)} \mathbf{A}_k \mathbf{V}_{k-1}^{(j)} \mathbf{A}_k^T, \quad (20)$$

此外,新生目标强度为:

$$D_k^b(\xi_k) = \sum_{j=1}^{J_{b,k}} w_{b,k}^{(j)} N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{b,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{b,k}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{b,k}^{(j)}, \mathbf{V}_{b,k}^{(j)}) \quad (21)$$

### 3.2 更新步骤

将预测后目标强度写为如下形式:

$$D_{klk-1}(\xi_k) = \sum_{j=1}^{J_{klk-1}} w_{klk-1}^{(j)} N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{klk-1}^{(j)}) \quad (22)$$

式中,预测 GIW 项个数  $J_{klk-1} = J_{k-1} + J_{b,k}$ . 那么,按式(2)和(3)可将更新的目标强度分为检测和未检测两部分<sup>[14]</sup>,其中未检测部分为:

$$D_{klk}^{\text{ND}}(\xi_k) = \sum_{j=1}^{J_{klk-1}} w_{klk}^{(j)} N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{V}_{klk-1}^{(j)}) \quad (23)$$

式中,  $w_{klk}^{(j)} = (1 - (1 - e^{-\gamma})p_D)w_{klk-1}^{(j)}$  (假设目标检测概率和目标产生量测的泊松分布均值与目标状态无关<sup>[14]</sup>). 由于检测部分的推导和计算较为复杂,这里仅给出与新量测模型相关的推导结果,其他参数计算可参阅文献<sup>[14]</sup>. 检测部分目标强度表达式为:

$$D_{klk}^{\text{D}}(\xi_k | \mathbf{Z}^k) = \sum_{p \in \mathcal{Z}^k} \sum_{W \in \mathcal{P}} e^{-\gamma} p_D \gamma^{|\mathbf{W}|} \frac{\omega_p}{d\mathbf{W}} \prod_{z_k \in \mathbf{W}} \frac{\phi_{z_k}(\xi_k)}{\lambda_{k^c}^c(z_k)} \times D_{klk-1}(\xi_k) \quad (24)$$

$$= \sum_{p \in \mathcal{Z}^k} \sum_{W \in \mathcal{P}} \sum_{j=1}^{J_{klk-1}} w_{klk}^{(j,W)} N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{klk}^{(j,W)}, \mathbf{P}_{klk}^{(j,W)} \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_{klk}^{(j,W)}, \mathbf{V}_{klk}^{(j,W)})$$

其中,

$$d\mathbf{W} = \delta_{|\mathbf{W}|,1} + \sum_{l=1}^{J_{klk-1}} e^{-\gamma} p_D \left( \frac{\gamma}{\lambda_{k^c}^c(z_k)} \right)^{|\mathbf{W}|} L_k^{(1,W)} w_{klk-1}^{(1)} \quad (25)$$

由于采用了第二节描述的量测模型,量测似然  $\phi_{z_k}(\xi_k)$  的乘积结果为:

$$\prod_{z_k \in \mathbf{W}} N(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, \mathbf{B}_k \mathbf{X}_k \mathbf{B}_k^T) = L_{\text{aux}} N\left(\bar{\mathbf{z}}; \bar{\mathbf{H}} \mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{X}_k \mathbf{B}_k^T}{|\mathbf{W}|}\right) \quad (26)$$

其中,

$$L_{\text{aux}} = (2\pi)^{-\frac{(|\mathbf{W}|-1)d}{2}} |\mathbf{B}_k \mathbf{X}_k \mathbf{B}_k^T|^{-\frac{|\mathbf{W}|-1}{2}} |\mathbf{W}|^{-\frac{d}{2}} \times \text{etr}\left(-\frac{1}{2} \bar{\mathbf{Z}}_k^{\text{W}} (\mathbf{B}_k \mathbf{X}_k \mathbf{B}_k^T)^{-1}\right) \quad (27)$$

式中,  $\text{etr}(\cdot) = \exp(\text{trace}(\cdot))$ ,  $\bar{\mathbf{z}}_k^{\text{W}}$  和  $\mathbf{Z}_k^{\text{W}}$  分别为划分的量测单元  $W$  的均值和方差,相应的,量测新息和更新的逆标量矩阵变为:

$$S_{klk-1}^{(j,W)} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T + \frac{|\mathbf{B}_k|}{|\mathbf{W}|} \frac{2}{d}, \quad (28)$$

$$\mathbf{V}_{klk}^{(j,W)} = \mathbf{V}_{klk-1}^{(j)} + \mathbf{N}_{klk-1}^{(j,W)} + \mathbf{B}_k^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_k^{\text{W}} \mathbf{B}_k^{-T} \quad (29)$$

其中,

$$\mathbf{N}_{klk-1}^{(j,W)} = (S_{klk-1}^{(j,W)})^{-1} (\bar{\mathbf{z}}_k^{\text{W}} - (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)}) \times (\bar{\mathbf{z}}_k^{\text{W}} - (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)})^T \quad (30)$$

同时,式(25)中的  $L_k^{(j,W)}$  变为:

$$L_k^{(j,W)} = \pi^{-\frac{|\mathbf{W}|d}{2}} (|\mathbf{W}| S_{klk-1}^{(j,W)})^{-\frac{d}{2}} |\mathbf{B}_k|^{1-|\mathbf{W}|} \Gamma_d\left(\frac{\nu_{klk}^{(j,W)}}{2}\right) \times \frac{|\mathbf{V}_{klk-1}^{(j)}|}{|\mathbf{V}_{klk}^{(j,W)}|} \frac{v_{klk-1}^{(j)}}{v_{klk}^{(j,W)}} \quad (31)$$

式中,  $\Gamma_d(\cdot)$  为多元伽马函数. 式(24)中其它参数如  $\mathbf{m}_{klk}^{(j,W)}$ 、 $\mathbf{P}_{klk}^{(j,W)}$ 、 $\mathbf{K}_{klk-1}^{(j,W)}$ 、 $\nu_{klk}^{(j,W)}$  和  $w_{klk}^{(j,W)}$  计算式与文献 14 一致. 权重  $d\mathbf{W}$  和  $\omega_p$  只需带入相应的参数计算即可. 更新后的 GIW 项个数为  $J_{klk} = J_{klk-1} + J_{klk-1} \sum_{p=1}^P |p_p|$ , 其中  $|p_p|$  为第  $p$  种量测划分中量测单元  $W$  的个数.

## 4 多模型 GIW-PHD 滤波器

从预测步骤式(14)中不难发现,新的 GIW-PHD 具有了与多形变模型结合的可能. MM-GIW-PHD 算法流程与传统多目标 MM-PHD<sup>[15]</sup> 类似,在执行预测前增加了混合 (mixing) 步骤.

### 4.1 混合步骤

假设  $k-1$  时刻,  $R$  个基于模型 (mode-dependent) 的各 GIW-PHD 滤波器滤波结果如下:

$$\hat{D}_{k-1,r}(\xi_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1,r}} w_{k-1,r}^{(j)} N(\mathbf{x}_{k-1}; \mathbf{m}_{k-1,r}^{(j)}, \mathbf{P}_{k-1,r}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_{k-1}) \times \text{IW}(\mathbf{X}_{k-1}; \nu_{k-1,r}^{(j)}, \mathbf{V}_{k-1,r}^{(j)}) \quad (32)$$

式中,  $r = 1, \dots, R$ . 则  $k$  时刻输入到各滤波器的存活目标强度为:

$$\hat{D}_{k-1,r'}(\xi_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}) = \sum_{r=1}^R \pi_{rr'} D_{k-1,r}(\xi_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}), \quad (33)$$

式中,  $r' = 1, \dots, R$ ,  $[\pi_{rr'}] \in \mathbb{R}^{R \times R}$  为马尔科夫模型转移概率矩阵.

### 4.2 预测步骤

按第 3 节预测步骤计算各模型存活目标强度,其中,各模型新生目标强度为:

$$D_{k,r'}^b(\xi_k) = \pi_{k,r'} \sum_{j=1}^{J_{b,k,r'}} w_{b,k,r'}^{(j)} N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{b,k,r'}^{(j)}, \mathbf{P}_{b,k,r'}^{(j)} \otimes \mathbf{X}_k) \times IW(\mathbf{X}_k; \nu_{b,k,r'}^{(j)}, \mathbf{V}_{b,k,r'}^{(j)}) \quad (34)$$

式中,  $\pi_{k,r'}$  为模型  $r'$  的概率.

### 4.3 更新步骤

这里, 检测部分中式(25)变为如下表达式:

$$dW = \delta_{|w|,1} + \sum_{q=1}^R \sum_{l=1}^{J_{klk-1}} e^{-\gamma} p_D \left( \frac{\gamma}{\lambda_{k,c_k}(\mathbf{z}_k)} \right)^{|w|} \times L_{k,q}^{(l,W)} w_{klk-1,q}^{(l)} \quad (35)$$

其余参数计算方法不变. 更新后目标个数期望为:

$$\hat{N}_k = \sum_{r'} \sum_{j=1}^{J_{klk-1,r'}} (1 - (1 - e^{-\gamma}) p_D) w_{klk-1,r'}^{(j)} + \sum_{r'} \sum_{p \in \mathbf{Z}^k} \sum_{W \in \mathbf{p}} w_{klk,r}^{(j,W)} \quad (36)$$

更新后执行 GIW 项的管理, 需要注意的是, 这里只融合同一模型的 GIW 项. 最后提取估计的目标状态集  $\{\hat{\mathbf{m}}_k^{(i)}, \hat{\mathbf{P}}_k^{(i)}, \hat{\mathbf{X}}_k^{(i)}\}_{i=1}^{\hat{N}_k}$ .

## 5 仿真实验

仿真构建天基红外传感器系统对中段目标群观测场景, 将 MM-GIW-PHD 滤波器用于解决红外像平面 CSOs 跟踪问题, 并与原 GIW-PHD 滤波器比较跟踪性能.

### 5.1 仿真场景及参数设置

以美国“空间跟踪与监视系统”(Space Tracking and Surveillance System, STSS)为例, 利用 STK8.0 (Satellite Tool Kit) 仿真软件构建观测场景, 如图 2 所示. 天基系统采用 Walker 星座, 28 颗卫星均匀分布在 4 条轨道上, 轨道高度为 1 600 km, 轨道倾角  $77.8^\circ$ . 星载红外传感器平面共  $128 \times 128$  个像元,  $1^\circ \times 1^\circ$  视场, 采用长波探测, 最大探测距离为 7 000 km.

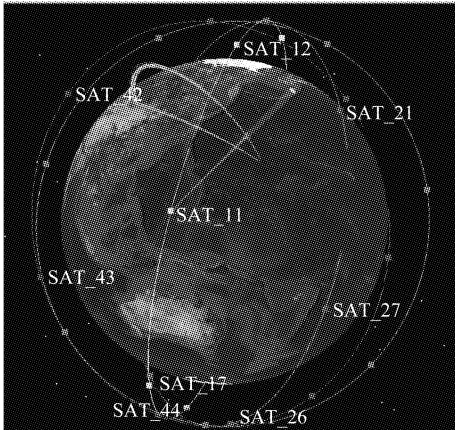


图 2 STK 3D 观测场景图

Fig. 2 The 3D scene established by the STK

设置一枚发射点和落点分别为  $(166^\circ\text{E}, 27^\circ\text{N})$  和  $(102.7^\circ\text{E}, 48.9^\circ\text{N})$  (符号“E”和“N”分别代表东经和北纬) 的弹道导弹, 150 km 高度时释放 21 个目标, 释放时相对速度大小为  $2 \sim 6 \text{ m/s}^{[1]}$ . 选择图 2 中卫星“SAT\_11”对释放后 1 000 s 内的目标群进行观测, 传感器视线随动指向群中心.

在观测时长内, 各目标在像平面真实运动轨迹如图 3 所示. 关于目标群红外成像仿真请参阅文献 5. 图像采用恒虚警检测, 虚警率为  $5 \times 10^{-4}$ , 目标检测概率 0.9.

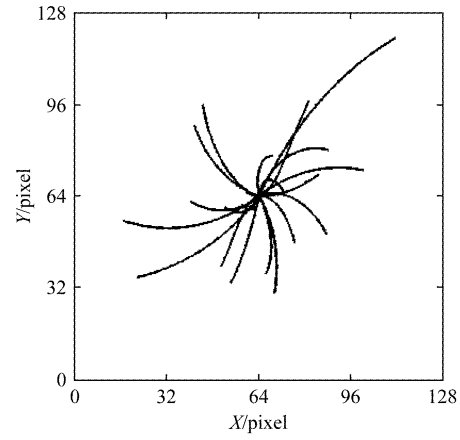


图 3 像平面目标轨迹

Fig. 3 The trajectories of the targets on the Focal Plane Array

尽管目标像平面运动轨迹具有一定的非线性, 但在短时间内可近似为直线运动<sup>[5]</sup>. 设 CSOs 质心运动状态矢量  $\mathbf{x}_k = [\mathbf{r}_k^T, \dot{\mathbf{r}}_k^T]^T$  ( $\mathbf{r}_k$  和  $\dot{\mathbf{r}}_k$  分别为 2 维位置和速度矢量), 则  $\mathbf{F}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{H}_k =$

$$[1 \quad 0], \mathbf{Q}_k = q^2 \begin{bmatrix} \frac{T_s^3}{3} & \frac{T_s^2}{2} \\ \frac{T_s^2}{2} & T_s \end{bmatrix}, \text{其中 } q \text{ 为噪声系数, 时}$$

间间隔  $T_s = 1$ . 传感器量测误差设为  $\mathbf{v}_k = \text{diag}(0.5^2, 0.5^2) / \text{pixel}^2$ , 并假设检测后各目标存活概率  $p_s = 0.99$ ,  $\gamma \approx 3$ .

MM-GIW-PHD 采用 3 组形变模型, 这里主要考虑缩放和旋转变换: 模型 1 为缩放模型, 形变能力较低 ( $\delta_k^1 = 10$ ), 过程噪声较小 ( $q^1 = 0.1 \text{ pixel}$ ),  $\mathbf{A}_k^1 = \frac{\mathbf{I}_2}{\sqrt{\delta_k^1}}$ ; 模型 2 和 3 为旋转模型, 形变能力较强 ( $\delta_k^{2,3} = \sqrt{\delta_k^1}$ ), 过程噪声较大 ( $q^{2,3} = 1 \text{ pixel}$ ),  $\mathbf{A}_k^{2,3}$  为:

5), 过程噪声较大 ( $q^{2,3} = 1 \text{ pixel}$ ),  $\mathbf{A}_k^{2,3}$  为:

$$\mathbf{A}_k^j = \frac{1}{\sqrt{\delta_k}} \begin{bmatrix} \cos\theta^j & -\sin\theta^j \\ \sin\theta^j & \cos\theta^j \end{bmatrix}, \quad (37)$$

其中,  $\theta^{2,3} = \pm \frac{10\pi}{180}$  (rad). 模型概率  $\pi_{k,r} = [0.4, 0.3, 0.3]^T$ , 各模型新生目标强度参数为:

$$\begin{aligned} J_{b,k,r} &= 1 & w_{b,k,r}^{(j)} &= 0.1 \\ \mathbf{m}_{b,k,r}^{(j)} &= [64, 64, 0, 0]^T & \mathbf{P}_{b,k,r}^{(j)} &= \text{diag}(0.5^2, 2^2) \\ \nu_{b,k,r}^{(j)} &= 10 & \mathbf{V}_{b,k,r}^{(j)} &= \text{diag}(3^2, 3^2) \end{aligned} \quad (38)$$

模型转移概率矩阵  $\mathbf{h}$  设为:

$$\mathbf{h} = [\pi_{rr}] = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

设置 GIW-PHD 的过程噪声  $q = 1$  pixel, 时间衰减常数  $\tau = 5$ , 新生目标强度与 MM-GIW-PHD 中单模型一致.

## 5.2 单次仿真结果

图 4 为单次仿真中选取的四个具有代表性的单帧估计结果(局部放大图). 在目标群释放初期, 目标在像平面投影位置密集, 形成 CSOs, 量测集为簇状像斑(见图 4(a)), 无法分辨 CSOs 信息. 此时, 两算法均能够将 CSOs 视作整体, 但 MM-GIW-PHD 划定的扩散区域更为准确; 接着当有部分目标从整体中分离出来时(见图 4(b)), 尽管两算法对目标个数估计均为 4 个, 但 GIW-PHD 质心位置估计不准,

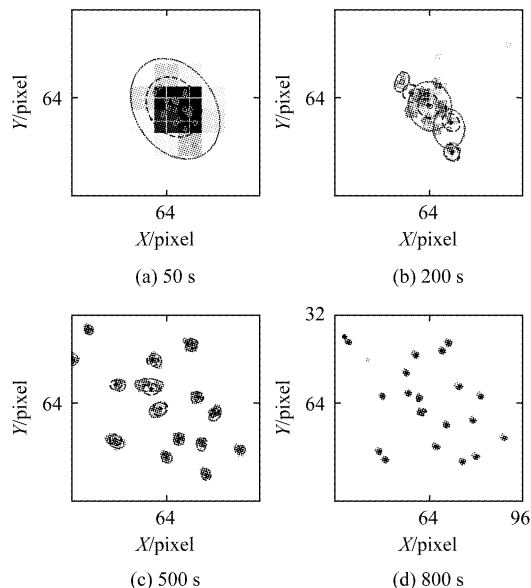


图 4 典型时刻的单帧仿真结果图  
Fig. 4 The results of four typical frames out of one simulation run

没有完全覆盖分裂出的小团目标; 随着分裂目标数目的增加, 两算法对目标扩散范围的估计逐渐变小, 跟踪重心逐渐转为目标个体的精确跟踪. 随着目标进一步扩散, MM-GIW-PHD 对目标范围的划定可以精确到单(亚)像元, 最终实现对单个目标的精确跟踪.

CSOs 组跟踪到目标个体的精确跟踪这一过程, 从时间顺序排列的质心状态估计结果上体现的更为明显, 见图 5. 图中黑色“x”为累积量测, 红色“○”和蓝色“\*”分别为 MM-GIW-PHD 和 GIW-PHD 估计的目标质心位置.

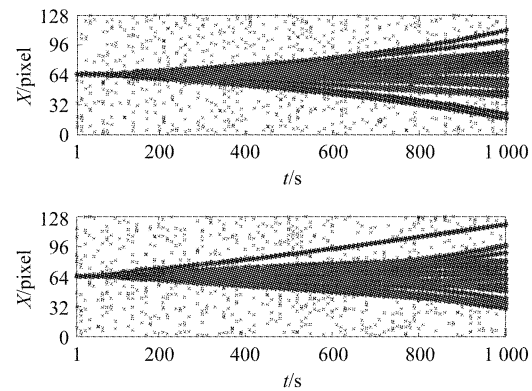


图 5 单次仿真质心状态估计结果  
Fig. 5 The estimations of centroid states during one simulation run

## 5.3 蒙特卡洛仿真结果

执行 100 次蒙特卡洛仿真, 用最优子模式指派 (Optimal Subpattern Assignment, OSPA) 统计量统计质心位置和个数估计误差, 用“平均面积”统计目标扩散估计结果, 表达式为:

$$\text{Area} = \frac{1}{\text{MC}} \sum_{j=1}^{\text{MC}} \left( \frac{1}{\hat{N}} \sum_{i=1}^{\hat{N}} \pi_{\text{det}}(\hat{\mathbf{X}}_i) \right), \quad (40)$$

其中, MC 为蒙特卡洛仿真次数,  $\hat{N}$  为估计的目标个数,  $\pi_{\text{det}}(\hat{\mathbf{X}}_i)$  为估计目标的面积. 图 6 为各统计量的统计结果. 图中绿色“—”代表像素簇平均个数和面积.

从图 6 中不难看出, 两算法对目标个数的估计随像素簇个数的增加而增加, 相应的, 位置 OSPA 逐渐减小. 在该场景中, 约 750 s 后实现对 CSOs 中目标的精确跟踪, 此时 MM-GIW-PHD 的目标个数估计保持在 21 个, 而 GIW-PHD 会略高于 21. 在整个跟踪过程中, MM-GIW-PHD 估计的目标个数与像平面目标构成的像素簇个数基本一致; 而在 220 s ~ 600 s 之间, GIW-PHD 估计的目标个数明显低于目标构成

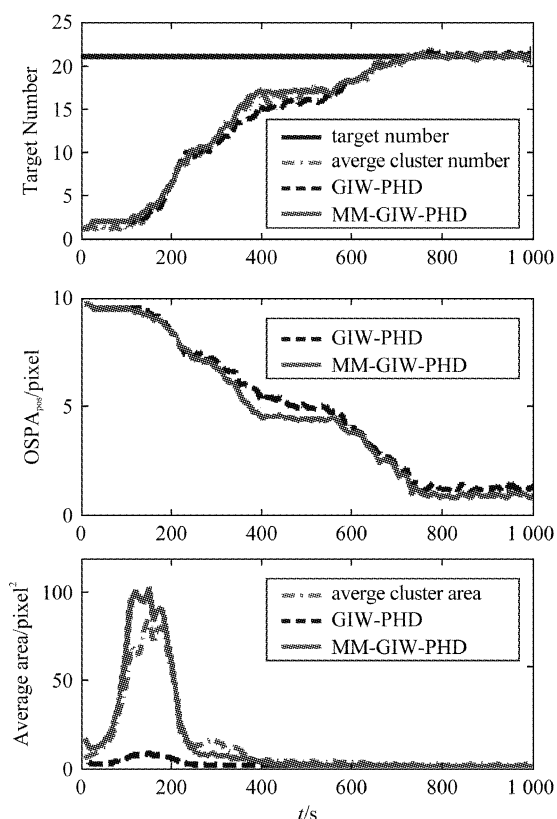


图6 100次蒙特卡洛仿真结果  
Fig. 6 The results of 100 MC simulations

的像素簇个数,这是因为在这一时间段内,CSOs在分辨与未分辨状态间频繁变化,而GIW-PHD对形变不敏感,造成了漏估现象. MM-GIW-PHD的平均目标面积也更接近于平均的像素簇面积,这意味着该算法能更加准确的估计CSOs在像平面的扩散范围.综上所述,MM-GIW-PHD不仅可以实现对目标群的全程连续跟踪,相比于GIW-PHD,提高了CSOs状态估计精度,同时能够更加及时和准确的捕获分裂目标,适应CSOs的频繁变化.

## 6 结论

大量密集中段目标群在天基红外传感器像平面投影位置邻近,形成不断分裂融合变化的CSOs,产生斑状量测,隐藏了目标个数和位置等信息,使信息处理系统面临严峻挑战.通过将CSOs视作整体,利用扩展目标的建模方式,将CSOs组跟踪转化为多扩展目标跟踪.修正了GIW-PHD滤波器对目标形状估计的缺陷,并针对CSOs频繁分裂和融合变化的跟踪需求,提出了一种多(形变)模型的GIW-PHD滤波器.仿真实验验证了MM-GIW-PHD滤波器的有效性,能够实现目标群的稳定跟踪,相比于原GIW-

PHD,所提算法状态估计精度更高,对CSOs分裂融合变化更敏感.所提算法也适用于其他具有形变能力的扩展目标跟踪问题.

## REFERENCES

- [1] Lewis G N, Postol T A. Future challenges to ballistic missile defense[J]. *Spectrum, IEEE*, 1997, **34**(9): 60-68.
- [2] Drummond O E, Blackman S S, Pretrisor G C. Tracking clusters and extended objects with multiple sensors[C]. *OE/LASE'90*, 1990: 362-375.
- [3] Zimmer M A, Tsai M J. Tracking of a single cluster of closely spaced objects using one and two passive optical sensors[C]. *Proceedings of SPIE Aerospace Sensing*, 1992: 268-280.
- [4] Gadaleta S, Poore A B, Roberts S, et al. Multiple hypothesis clustering and multiple frame assignment tracking[C]. *Proceedings of SPIE Defense and Security*, 2004: 294-307.
- [5] LIN Liang-Qui, XIE Kai, XU Hui, et al. Research on infrared imaging simulation of midcourse ballistic object target complex[J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waver* (林两魁, 谢恺, 徐晖, 等. 中段弹道目标群的红外成像仿真研究. *红外与毫米波学报*). 2009, **28**(3): 218-223.
- [6] Waxman M J, Drummond O E. A bibliography of cluster (group) tracking[C]. *International Society for Optics and Photonics*, 2004: 551-560.
- [7] Blackman S S. Multiple-target tracking with radar applications[J]. *Dedham, MA, Artech House, Inc.*, 1986.
- [8] Gilholm K, Godsill S, Maskell S, et al. Poisson models for extended target and group tracking[C]. *Optics & Photonics*, 2005: 59130R-59130R-12.
- [9] Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2008, **44**(3): 1042-1059.
- [10] Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix—Part I: New model and approach[C]. *IEEE 15th International Conference on Information Fusion (FUSION)*, 2012: 2177-2184.
- [11] Feldmann M, Koch W. Commons on "Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices"[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2012, **48**(2): 1687-1693.
- [12] Mahler R. PHD filters for nonstandard targets, I: Extended targets[C]. *IEEE 12th International Conference on Information Fusion*, 2009: 915-921.
- [13] Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using a Gaussian-Mixture PHD filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2012, **48**(4): 3268-3286.
- [14] Granstrom K, Orguner U. A PHD filter for tracking multiple extended targets using random matrices[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2012, **60**(11): 5657-5671.
- [15] Punithakumar K, Kirubarajan T, Sinha A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(1): 87-98.