

文章编号: 1001-9014(2005)02-0156-05

介质波导阵列电磁特性分析

田加胜, 李昕, 石坚, 张靖

(华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要:根据已提出的二维周期介质严格理论, 比较详细地分析和研究了介质波导阵列的电磁特性. 首先, 对存在纵向波传播时($k_z \neq 0$)的空间谐波相互作用特征进行了分析, 得出了横向波传播色散特性. 其次, 在横向平面上的两互相垂直方向的波数相等($k_x = k_y$)时, 对不同波频率下空间谐波相互作用特性及其产生的阻带分布特征作了详细研究, 并对横向纵向波传播色散关系进行了分析和计算. 最后, 得出介质波导阵列存在纯纵向导波的十分有意义的结论, 具有实用价值.

关键词:二维周期介质; 介质波导阵列; 横向传播; 纵向传播

中图分类号: TN929; TN252 **文献标识码:** A

ANALYSIS OF CHARACTERISTICS ON WAVE PROPAGATION IN DIELECTRIC WAVEGUIDE ARRAY

TIAN Jia-Sheng, LI Xin, SHI Jian, ZHANG Jing

(Department of Electronics and Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Based on the presented rigorous theory for two-dimensionally periodic (2DP) medium, characteristics of wave propagation in DWA were analyzed and studied in detail. Firstly, if there existed longitudinal wave vector ($k_z \neq 0$), the characteristics of interactions between space harmonics were analyzed, and dispersion relations between transversal wave vectors were obtained. Secondly, supposing transversal wave vectors were identical ($k_x = k_y$), the characteristics of interactions between space harmonics and stop-bands caused by them were studied comprehensively, and dispersion relations between longitudinal and transversal wave vectors were also analyzed and calculated when wave frequency varied. A very interesting conclusion of purely longitudinal propagation in DWA was obtained. The results have practical application values.

Key words: two-dimensionally periodic medium; dielectric waveguide array; transversal propagation; longitudinal propagation

引言

介质波导阵列(DWA)作为一种二维周期介质, 具有带阻电磁特性. DWA在二维横截面上介质分布具有二维周期函数变化, 而在纵向上分布均匀. 对于DWA来说, 大的介质调制系数容易实现、设计和调整, 结果二维周期介质的独特电磁特性能明显表现出来. 因此, 类似如DWA的二维周期介质现愈来愈广泛应用于微波、毫米波甚至光波等各个领域^[1,2]. 从十九世纪开始人们对周期介质就进行了研究^[1], 主要集中在求解周期介质的特征值问题和边值问

题. 然而, 对二维周期介质特征值问题至今未有很好的求解方法和结果. 虽然可通过将二维周期函数展开成傅里叶无穷级数的方法求解, 但是在处理二维周期问题时遇到了理论上和计算上难克服的困难. 第一, 耦合的变系数偏微分方程和矢量波动方程的求解比较困难. 第二, 和一维相比, 由于场分量数目较多, 结果导致对无穷项递推方程的截取比较困难, 也难于确定截取项数与计算精度的关系. 第三, 无穷项方程的收敛性较差. 所以, 对DWA类的二维周期介质的日益广泛应用迫切需要有比较满意的科学理论和分析方法来支持.

收稿日期: 2004-03-15, 修回日期: 2004-09-26

Received date: 2004-03-15, revised date: 2004-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(60171014), 华中科技大学校基金(0101181170)和华中科技大学电子与信息工程系青年教师基金(0101181191)资助项目

作者简介: 田加胜(1970-), 男, 湖北大冶人, 讲师, 博士, 主要从事电磁场理论与微波技术研究.

近来,一种严格的分析二维周期介质的理论已提出^[3,4].当这种理论和分析方法应用到 DWA 上,能使数值计算简单而有效^[5].然而,用这种方法所计算、得出的 DWA 色散特性还未有人们所预料的那么全面,特别是 DWA 的纵向导波问题仍未解决.当 DWA 应用的电磁波的导波、辐射之前,DWA 色散特性需要较为全面的正确把握和理解.因此,本文根据^[3,4]已提出的严格分析理论,对 DWA 色散特性进行深入、系统的研究,特别是对 DWA 纵向导波问题进行了较为详细的分析和研究.

1 DWA 严格分析理论

对于图 1 所示的类似矩形介质波导阵列(RDWA)二维周期介质,电场有

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \sum_{m,n} \mathbf{E}_{mn} \psi_{mn}(x, y) \exp(-jk_z z). \quad (1)$$

这里

$$\psi_{mn}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{ab}} \exp(-jk_{xm}x - jk_{yn}y). \quad (2)$$

为富罗盖(Floquet)模式函数,其中

$$k_{xm} = k_x + 2m\pi/a, (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (3)$$

$$k_{yn} = k_y + 2n\pi/b. (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

分别为某次空间谐波(m, n)的波数.考虑到电场满足

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = k_0^2 \varepsilon_r(x, y) \mathbf{E}. \quad (5)$$

其中, $\varepsilon_r(x, y)$ 为关于坐标 x 和 y 的二维周期函数

$$\varepsilon_r(x, y) = \varepsilon_r(x+a, y+b). \quad (6)$$

这里 a, b 分别为 x, y 方向的周期长度.根据 Floquet 理论,二维周期介质的特征方程可为^[3,4]

$$\mathbf{G}_{ij} \mathbf{E}_{ij} - k_0^2 \sum_{m,n} \mathbf{P}_{ijmn} \mathbf{I} \mathbf{E}_{mn} = 0. \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{G}_{ij} = \mathbf{k}_y \cdot \mathbf{k}_y \mathbf{I} - \mathbf{k}_i \mathbf{k}_j, \quad (8)$$

为 3×3 阶矩阵, \mathbf{I} 为三阶单位阵,而且

$$\mathbf{P}_{ijmn} = \int_s \varepsilon_r(x, y) \psi_{mn}(x, y) \psi_{ij}^*(x, y) ds. \quad (9)$$

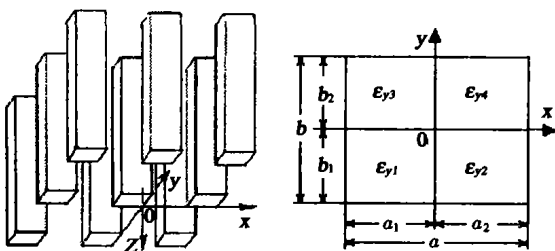


图 1 RDWA 空间结构(左)和它的周期单元(右)

Fig.1 RDWA cubic figuration (left) and its unit cell (right)

显然方程(7)是关于二维周期介质的线性齐次特征方程系统,许多问题都能通过它来解决.

1. 能解决二维周期介质和周期结构的特征值问题和边值问题.

2. 不仅能解决微扰情况,而且也能解决介质调制系数为任意值的情况.

3. 能发展解决三(多)维周期介质和周期结构特征值问题和边值问题的情况.

4. 提供了分析周期介质和周期结构特征值问题和边值问题的方法.

方程(7)能写成

$$\mathbf{M}\mathbf{E} = 0. \quad (10)$$

矩阵形式, \mathbf{M} 是一矩阵, \mathbf{E} 代表矩阵向量(或电场各分量).显然矩阵方程(10)存在非零解的条件是

$$\text{Det}[\mathbf{M}] = 0. \quad (11)$$

方程(11)就是下列用来讨论 DWA 色散特性的色散方程.

2 横向波传播特性分析

为了计算方便,以矩形介质波导阵列(RDWA)如图 1 所示为例来计算.由于色散方程(11)为一系列无穷维方程,所以在进行数值计算时,一般可以以所感兴趣的、具有代表性的 Brillouin 区为中心进行近似截断.对于色散方程(11),当 DWA 的电磁参数、波频率(设 $ka/(2\pi) = 0.6$)和空间结构确定后,色散方程(11)是关于波矢量的横向分量 k_x, k_y 和纵向分量 k_z 为变量的方程.在本节主要针对不同纵向分量 k_z 情况下,分析计算横向分量 k_x, k_y 之间的色散关系,研究空间谐波作用的一些特征.

在 $k_z a/(2\pi) = 0$ 时, Brillouin 色散关系和空间谐波的相互作用特征在^[3,4]已研究.本节主要集中在 $k_z a/(2\pi) \neq 0$ 时色散特性的研究(如图 2 ~ 图 4 所示).图 2 ~ 图 4 称 Brillouin 色散关系图,其中参数 $a = b = 2a_1 = 2a_2 = 2b_1 = 2b_2$, $\varepsilon_{r1} = 1.0$, $\varepsilon_{r2} = 1.5$, $\varepsilon_{r3} = 2.0$, $\varepsilon_{r4} = 2.5$.显然,在 $k_z a/(2\pi) \rightarrow 1$ 的过程中,空间谐波相互作用愈来愈强烈,色散曲线愈来愈背离未微扰曲线.形成的阻带从较窄愈来愈变得较宽,甚至不同的阻带合并形成更大的阻带(如图 4 所示).在阻带范围内,横向波矢量部分分量为复数,结果造成该方向上波传播被衰减而最终截止,导致横向波传播的成分愈来愈少.相反,纵向波传播的成分愈来愈多.将图 2 与图 4 比较,图 4 的空间谐波作用比较强烈,形成的阻带较大,横向波传播成分较

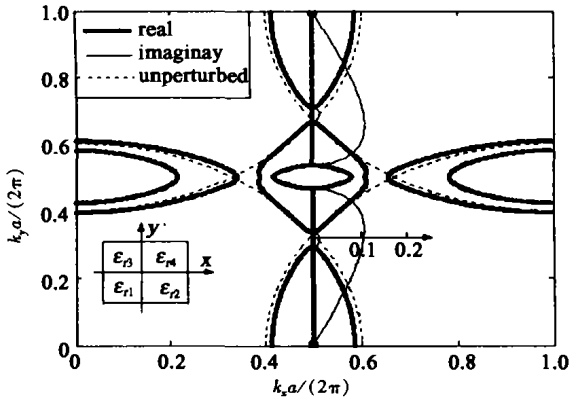


图2 具有窄的阻带: $k_x a / (2\pi) = 0.48$
 阻带内 k_x 虚部数值小, 在 x 方向上波衰减慢
 Fig.2 Narrow stop-bands: $k_x a / (2\pi) = 0.48$
 The imaginary of k_x is small, within stop-bands wave propagation will be attenuated slowly in x -direction

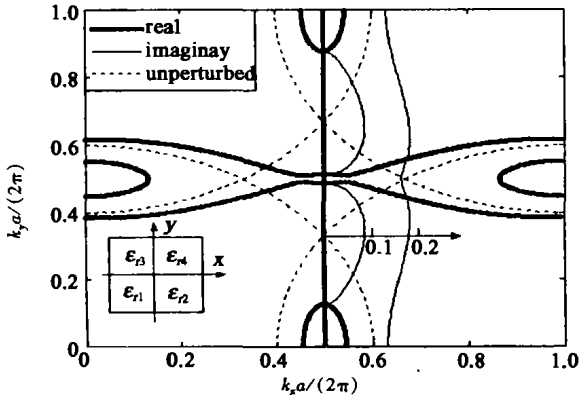


图3 具有宽的阻带: $k_x a / (2\pi) = 0.8$
 阻带内 k_x 虚部数值小, 在 x 方向上波衰减快
 Fig.3 Large stop-bands: $k_x a / (2\pi) = 0.8$
 The imaginary of k_x is large, within stop-bands wave propagation will be attenuated rapidly in x -direction

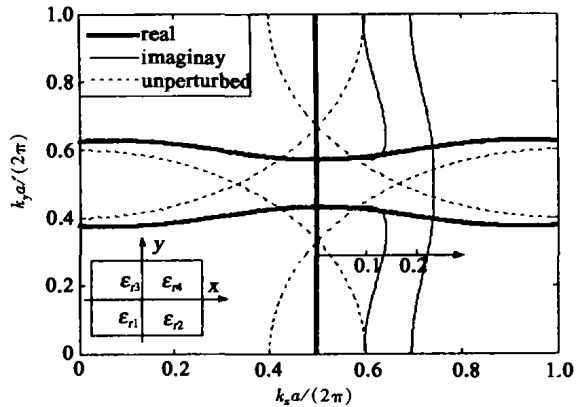


图4 具有宽的阻带: $k_x a / (2\pi) = 1.0$
 阻带内 k_x 虚部数值很大, 在 x 方向上波衰减很快
 Fig.4 Large stop-bands: $k_x a / (2\pi) = 1.0$
 The imaginary of k_x is small, within stop-bands wave propagation will be attenuated rapidly in x -direction

少. 而且在阻带范围内, 横向波矢量分量为复数的虚部数值较大(图中细实线表示), 即在该方向上波的衰减较快. 在图2和图4所标注的阻带范围内, k_x 为复数, 其实部为 0.5, 虚部不为零, 结果在 x 方向上波被衰减而截止, 相反, 波的能量传输转向 y, z 方向. 同样波在 y 方向上被衰减而截止, 在 x, z 方向上传输的现象也是存在的. 这些特性引起的物理效应是波束转向和波的能量转移. 它们现已广泛应用于滤波^[6,7] 和天线辐射^[8,9].

3 DWA 纵向波传播特性分析

在给定介质分布的情况下, 方程式(11)是关于 $k_x = k_{x0}, k_y = k_{y0}, k_z$ 和波频率 ω 之间关系的色散方程. 下面要讨论的是在给定电磁波不同频率 ω 的情况下, 通过方程式(11)来计算横向波矢量(给定 $k_x = k_y$)和纵向波矢量(k_z)之间的色散关系. 在图5~图8中, 有 $k_x = k_y, a = b = 2a_1 = 2a_2 = 2b_1 = 2b_2, \epsilon_{r1} = 0.1, \epsilon_{r2} = 1.5, \epsilon_{r3} = 2.0, \epsilon_{r4} = 2.5$.

在图5中, Z 轴传播的模式较为简单而且很少. 这是因为电磁波的频率较低, 空间谐波相互作用相对较弱, 使色散曲线都比较接近于无扰动曲线. 可以说, 此时的纵向波传播特性与介质无扰动时情况类似. 色散曲线一定程度上背离无扰动曲线是因为介质扰动的缘故.

对于无扰动曲线有, 如果

1. $m = 0, n = 0$ 时, 无扰动曲线为

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = [ka / (2\pi)]^2. \quad (12)$$

2. $m = -1, n = -1$ 时, 无扰动曲线为

$$(k_x - 1)^2 + (k_y - 1)^2 + k_z^2 = [ka / (2\pi)]^2. \quad (13)$$

3. $m = 0, n = -1$ 和 $m = -1, n = 0$ 时, 无扰动曲线为

$$k_x^2 + (k_x - 1)^2 + k_z^2 = [ka / (2\pi)]^2. \quad (14)$$

这里假定 $a = b$. 显然, 对于式(14), 只有 $[ka / (2\pi)]^2 \geq 1/2$ 时, k_x 和 k_z 才全为实数, 所以图5和图6的无扰动曲线由式(12)和式(13)所定义. 随着 $ka / (2\pi)$ 值的逐渐增大, 也即频率 ω 的不断增高, 空间谐波相互作用加强, 色散曲线开始异常变形, 并且背离无扰动曲线, 纵向传输模式增多, 出现了阻带如图6所示, 当 $ka / (2\pi)$ 增大到 0.8 时, 空间谐波作用更加强烈, 色散曲线在交叉点处大大的背离无扰动曲线, 传输模式明显地增多许多. 结果混合模传输成分越来越多成为主要传输方式如图7.

图6和图7中的阻带对研究 RDWA 的纵向导

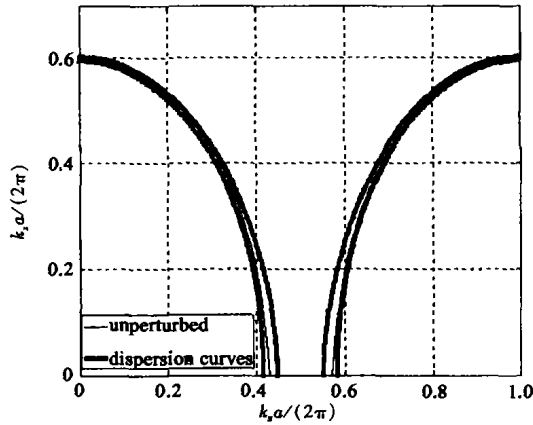


图5 纵横波矢量色散关系曲线图: $ka/(2\pi) = 0.6$
色散曲线比较接近无扰动曲线, 传输模式少
Fig. 5 Dispersion relations between longitudinal and transversal wave vectors: $ka/(2\pi) = 0.6$
Dispersion curves close to unperturbed ones, transmission modes are less

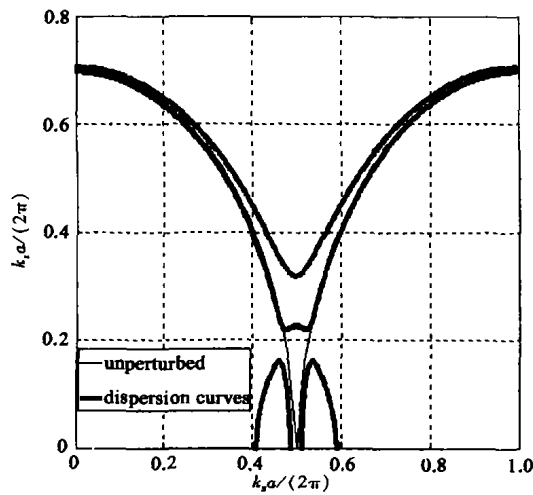


图6 纵横波矢量色散关系图: $ka/(2\pi) = 0.7$
空间谐波相互作用加强, 阻带开始出现、纵向传播模式增多
Fig. 6 Dispersion relations between longitudinal and transversal wave vectors: $ka/(2\pi) = 0.7$
Interactions between space harmonics are strong, stop-bands appear, modes of longitudinal propagation increase

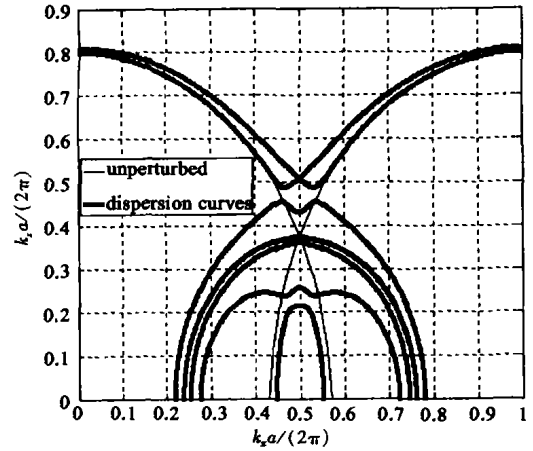


图7 纵横波矢量色散关系图: $ka/(2\pi) = 0.8$
空间谐波相互作用强烈, 复杂的纵向传播模式, 混合模式成分较多
Fig. 7 Dispersion relations between longitudinal and transversal wave vectors: $ka/(2\pi) = 0.8$
Interactions between space harmonics are very strong, modes of longitudinal propagation are complex, ingredients of hybrid are more

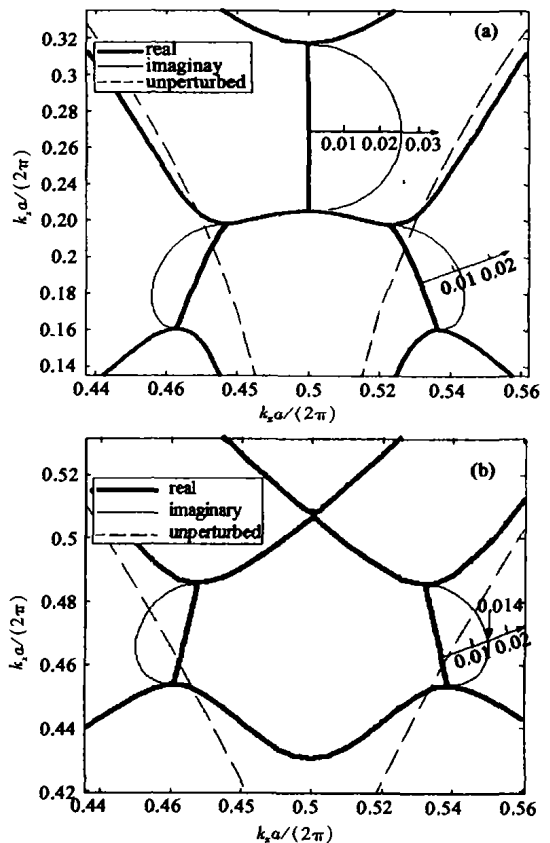


图8 阻带分析图(a) $ka/(2\pi) = 0.7$ (b) $ka/(2\pi) = 0.8$
阻带范围内, 粗实线为 k_x (或 k_y) 的实部, 细实线为 k_x (或 k_y) 虚部
Fig. 8 Stop-bands are illuminated by the chart (a) $ka/(2\pi) = 0.7$ (b) $ka/(2\pi) = 0.8$
Heavy solid curves stand for real of k_x (or k_y), thin solid curves stand for imaginary of k_x (or k_y)

波特性十分有意义. 因为在阻带范围内, 纵向波矢量是实数, 而横向波矢量是复数 (虚部不为零). 这意味着在阻带范围内, 波在横向上被衰减而截止, 而在纵向上存在波传播. 比如数值计算结果表明, 在 $ka/(2\pi) = 0.7$ 和 $k_z a/(2\pi) = 0.2$ 的一定领域范围内, 横向波矢量 k_x 和 k_y ($k_x = k_y$) 全为复数如图 8(a) 所示. 此时, RDWA 只存在纵向 (Z 轴方向) 波传播, 横向波传播被衰减而截止. 同样在 $ka/(2\pi) = 0.8$ 和 $k_z a/(2\pi) = 0.47$ 的一定领域范围内, 横向波矢

量 k_x 和 k_y ($k_x = k_y$) 也出现全为复数的现象如图 8 (b) 所示. 此时, RDWA 也只存在纵向 (Z 轴方向) 波传播, 横向波传播被衰减而截止. 这些特性是实现该波导导波的理论基础和依据, 在实现波导纵向导波方面意义十分重大.

4 结语

根据已提出的理论和方法, 对 DWA 进行了大量的数值计算. 数值计算结果表明了电磁波在 DWA 传播的一些特性. 在给定波频率情况下, 当纵向波数 ($k_x a / (2\pi)$) 从 0 变化到 1 过程中, 空间谐波作用愈来愈强烈, 阻带愈来愈大且多, 横向波传播成分愈来愈少, 甚至在某方向上波传播几乎完全截止. 第二, 当电磁波频率较低时, 空间谐波相互作用较弱, 色散曲线只是在一定程度上背离无扰动曲线, 都比较接近无扰动曲线, 纵向波传播的模式简单而且少. 当电磁波频率不断提高到较高时, 空间谐波相互作用不断加强, 色散曲线背离无扰动曲线逐渐变大, 而且在交叉点处有阻带出现, 结果, 纵向波传播模式复杂而多. 在阻带范围内, DWA 的横向波传播被衰减而截止, 而只存在纵向波传播, 它是 DWA 实现纵向导波的理论基础和依据.

REFERENCES

- [1] Charles Elachi. Waves in active and passive periodic structures—a review [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, **64** (1):1666—1693.
- [2] Fiedziuszko S Jerry, Hunter Ian C, Tatsuo Itoh, *et al.* Dielectric materials, devices, and circuits [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2002, **50** (3): 706—720.
- [3] Jian-sheng Tian, Tian-lin Dong. The nonconvergence of the eigen equation for dielectric waveguide array [J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2003, **24** (4):613—618.
- [4] Jia-sheng Tian, Tian-lin Dong. Rigorous analysis of electromagnetic wave propagation in cylindrical dielectric waveguide array [J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2003, **24** (11):1885—1891.
- [5] TIAN Jia-Sheng, DONG Tian-Lin, ZHAN La-Ming, *et al.* The analysis of the characteristics of electromagnetic wave propagation in dielectric fiber bunched waveguide [J]. *J. Infrared Millimeter. Waves* (田加胜, 董天临, 占腊民, 等. 介质纤维束波导电磁波传播特性分析. *红外与毫米波学报*), 2004, **23** (5):371—373.
- [6] Cinzia Zuffada, Tom Cwik, Christopher Ditchman. Synthesis of novel all-dielectric grating filters using genetic algorithms [J]. *Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE Digest.*, 1997, **3** (13-18):1676—1679.
- [7] LIU Hai-Wen, SUN Xiao-Wei, LI Zheng-Fan. Low-pass filters of wide stop-band based on photonic band-Gap structures [J]. *J. Infrared Millimeter. Waves* (刘海文, 孙晓玮, 李征帆. 一种基于光子带隙结构的宽阻带低通滤波器. *红外与毫米波学报*), 2004, **23** (2):135—138.
- [8] Cyril Cheype, Cédric Serier, Marc Thèvenot, *et al.* An electromagnetic bandgap resonator antenna [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2002, **50** (9): 1285—1290.
- [9] Skobelev Sergey P, Mukhamedor Leonid L. Analysis of waveguide antenna arrays with protruding dielectric elements [J]. *IEEE Trans. On Antennas and Propagation*, 1993, **41** (5):574—580.