

文章编号:1001-9014(2011)05-0463-05

## 含各向异性特异材料三明治结构的 Goos-Hänchen 位移研究

赵玉环<sup>1</sup>, 张利伟<sup>1,2</sup>, 王勤<sup>1</sup>, 李卫彬<sup>1</sup>, 李立新<sup>1</sup>, 赵军芳<sup>1</sup>, 杜桂强<sup>3</sup>

(1. 河南理工大学 物理化学学院,河南 焦作 454000;2. 同济大学 波耳固体物理研究所,上海 200092;  
3. 山东大学威海分校 空间科学与物理学院,山东 威海 264209)

**摘要:**采用稳态相位法研究了正折射率材料/各向异性特异材料/金属三明治结构反射波的 Goos-Hänchen (GH) 位移。分别给出了在第一界面处发生全反射和部分反射情况下 GH 位移的解析表达式,并分析了含有 4 种不同类型特异材料三明治结构反射波产生 GH 位移的条件及 GH 位移的正负情况。通过数值计算系统研究了各向异性特异材料的光轴与界面的夹角  $\alpha$ 、入射角  $\varphi$  以及特异材料厚度  $d$  对 GH 位移的影响,计算结果与理论分析有很好的吻合。通过对特异材料结构中 GH 位移的研究,将有利于特异材料在微波或光学系统中的应用。

**关 键 词:**古斯-汉森位移;特异材料;各向异性;全反射

中图分类号:O431 文献标识码:A

### The Goos-Hänchen shift from the sandwich structure with dielectric/anisotropic metamaterials/metal

ZHAO Yu-Huan<sup>1</sup>, ZHANG Li-Wei<sup>1,2</sup>, WANG Qin<sup>1</sup>, LI Wei-Bin<sup>1</sup>,  
LI Li-Xin<sup>1</sup>, ZHAO Jun-Fang<sup>1</sup>, DU Gui-Qiang<sup>3</sup>

(1. School of Physics and Chemistry, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;  
2. Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China;  
3. School of Space Science and Physics, Shandong University at Weihai, Weihai 264209, China)

**Abstract:** Goos-Hänchen shift at the surface of dielectric/anisotropic metamaterials/metal sandwich structures was investigated using the stationary-phase method. The analytical expressions of Goos-Hänchen shift are presented for both total reflection and partial reflection condition at the first interface. Moreover, the necessary conditions for the existence and the sign of Goos-Hänchen shift for the sandwich structure containing four kinds of metamaterials are discussed. The influences of the incident angle  $\varphi$ , the angle between the optical axis and the interface  $\alpha$  and the material thickness  $d$  on Goos-Hänchen shift are studied by numerical calculation, which is agree well with the theoretical analysis. The investigation of GH shift in the structure containing of metamaterial will benefit the application of metamaterial in microwave and optics system.

**Key words:** Goos-Hänchen shift; metamaterials; anisotropic; total reflection

**PACS:** 41.20.Jb, 42.25.Gy, 78.20.Bh

### 引言

当一束电磁波在两种介质的分界面发生全反射时,反射波将在界面上相对于几何光学预言的位置有一定的侧向位移,该位移被称为 Goos-Hänchen (GH) 位移,这一物理现象已经延伸到了其它物理

领域:如声学、量子力学、非线性光学等<sup>[1,2]</sup>。尤其是 GH 位移在集成光学系统如光波导、近场扫描光学显微镜等结构中具有重要的作用<sup>[3]</sup>。近几年,各向异性特异材料结构中的 GH 位移也引起了人们很大的研究兴趣<sup>[4-6]</sup>,各向异性材料可有负的介电常数和负的磁导率,具有一些与正折射率材料不同的电磁

收稿日期:2010-11-14,修回日期:2011-01-02

Received date: 2010-11-14, revised date: 2011-01-02

基金项目:国家自然科学基金项目(10904032,11004121);中国博士后科学基金(20100480629);河南省教育厅自然科学基金(2010B140005、2010A140004、2008A430009);河南省科技计划项目(092300410215、092102210363)

作者简介:赵玉环(1980-),女,山东单县人,讲师,博士,主要从事特异材料和光电检测方面的研究,E-mail:yhz0505@163.com.

性质<sup>[7,8]</sup>。在各向异性特异材料中,只需要在部分方向上实现负的介电常数或负的磁导率,这比各向同性特异材料的制备要容易得多,也更有现实意义。目前有文献研究了各向异性特异材料平板反射与透射波的 GH 位移<sup>[4]</sup>,单轴各向异性特异材料表面发生全反射时,光轴与界面垂直和平行情况下 GH 位移<sup>[5]</sup>,以及单轴各向异性特异材料平板在光轴与界面成一定角度时的 GH 位移<sup>[6]</sup>等,研究结构主要涉及到了空气/各向异性特异材料界面的情况。而对于常规材料/各向异性特异材料/金属含有两种不同界面的三明治结构反射波 GH 位移的研究少见报道。本文以正折射率材料/各向异性特异材料/金属三明治结构为研究对象,通过理论分析和数值模拟研究了分别含四种不同类型特异材料结构时在第一界面发生全反射和部分反射情况下的 GH 位移,以及特异材料光轴与表面的夹角  $\alpha$ 、入射角  $\varphi$  以及特异材料厚度  $d$  对 GH 位移的影响。

## 1 物理模型

考虑如图 1 所示的一维三明治结构模型,材料 1 和 3 分别为正折射率材料和金属,其介电常数和磁导率分别为  $\varepsilon_1, \mu_1, \varepsilon_3, \mu_3$ , 中间层为厚度  $d$  的各向异性特异材料,其介电常数和磁导率是二阶张量。设  $z$  轴为主轴,  $x-y$  平面为分界面,特异材料的光轴  $z'$  与主轴的夹角为  $\alpha$ ,由文献[9] 可得各向异性特异材料在  $o-xyz$  坐标系下的介电张量  $\hat{\varepsilon}_2$  和磁导率张量  $\hat{\mu}_2$  分别为:

$$\hat{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_z \sin^2 \alpha & 0 & (\varepsilon_x - \varepsilon_z) \cos \alpha \sin \alpha \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ (\varepsilon_x - \varepsilon_z) \cos \alpha \sin \alpha & 0 & \varepsilon_x \sin^2 \alpha + \varepsilon_z \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\hat{\mu}_2 = \begin{bmatrix} \mu_x \cos^2 \alpha + \mu_z \sin^2 \alpha & 0 & (\mu_x - \mu_z) \cos \alpha \sin \alpha \\ 0 & \mu_y & 0 \\ (\mu_x - \mu_z) \cos \alpha \sin \alpha & 0 & \mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (2)$$

假设一 TE 极化的电磁波以入射角  $\varphi$  从介质 1 向各向异性特异材料入射,则电磁波在 3 层不同材料中的电场可表示为:

$$E_1 = e_y [E_{1+} \exp(i k_{1z} z) + E_{1-} \exp(-i k_{1z} z)] \exp(i k_{1x} x - i \omega t), \quad (3)$$

$$E_2 = e_y [E_{2+} \exp(i k_{2z} z) + E_{2-} \exp(-i k_{2z} z)] \exp(i k_{2x} x - i \omega t), \quad (4)$$

$$E_3 = e_y E_{3+} \exp(i k_{3x} x + i k_{3z} z - i \omega t), \quad (5)$$

其中  $e_x, e_y, e_z$  是沿  $x, y, z$  轴的单位矢量,  $E_{j+}$  和  $E_{j-}$  ( $j=1, 2$ ) 分别为入射波和反射波在各层材料中的振幅,  $k_x, k_{jz}$  ( $j=1, 2, 3$ ) 分别为波矢的 X 分量和 Z 分量。根据 Maxwell 方程及式(2)和(4)则可得:

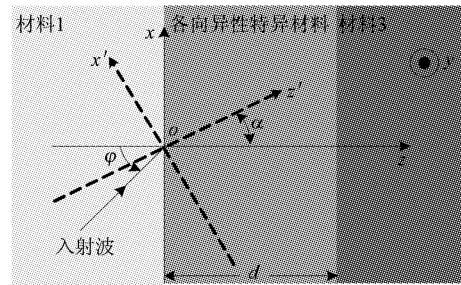


图 1 正折射率材料/各向异性特异材料/金属三明治结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the sandwich structure with dielectric/anisotropic metamaterial/metal

$$H = (- (A/\omega) e_x + (B/\omega) e_z) [E_{2+} \exp(i k_{2z} z) - E_{2-} \exp(-i k_{2z} z)] \exp(i k_{2x} x - i \omega t), \quad (6)$$

式中:  $A = [(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) k_{2z} + k_x (\mu_x - \mu_z) \sin \alpha \cos \alpha] / \mu_x \mu_z$ ,  $B = [(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) k_x + k_{2z} (\mu_x - \mu_z) \sin \alpha \cos \alpha] / \mu_x \mu_z$ .

正折射率材料和各向异性特异材料的色散关系分别为<sup>[9]</sup>:

$$k_x^2 + k_{1z}^2 = k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1, \quad (7)$$

$$(k_x^2 + k_{2z}^2) - (\mu_x - \mu_z) (k_x \sin \alpha - k_{2z} \cos \alpha)^2 / \mu_x = \omega^2 \varepsilon_2 \mu_z. \quad (8)$$

当  $k_{2z}^2 > 0$  时,有能量向特异材料中折射;当  $k_{2z}^2 < 0$  时,介质和特异材料的第一界面处会发生全反射; $k_{2z}^2 = 0$  是第一界面处恰好发生全反射的条件,临界角为:  $\varphi_c = \sin^{-1} \sqrt{(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_2 / \mu_1 \varepsilon_1}$ 。从时间平均坡印亭矢量的定义可得  $s = 1/2 \operatorname{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) = 1/2 \operatorname{Re}((E_+^2 - E_-^2)/\omega)(B/\omega e_x + A/\omega e_z)$ 。折射波矢分量  $k_{2z}$  正负符号的选取要保证能量远离界面,这就要求  $k_{2z}, \mu_x, \mu_z$  符号的选取使式(6)中  $A$  大于零。根据电磁场在界面处的连续条件,可得图 1 所示的三明治结构的反射系数为:

$$r = \frac{(k_{1z} - \mu_1 A)(\mu_3 A + k_{3z}) + (k_{1z} + \mu_1 A)(\mu_3 A - k_{3z}) \exp(2k_{2z}d)}{(k_{1z} + \mu_1 A)(\mu_3 A - k_{3z}) + (k_{1z} - \mu_1 A)(\mu_3 A + k_{3z}) \exp(2k_{2z}d)}, \quad (9)$$

为简单起见,视金属为理想导体<sup>[10]</sup>,式(9)可进一步简化为:

$$r = \frac{(k_{1z} - \mu_1 A) - (k_{1z} + \mu_1 A) \exp(2k_{2z}d)}{(k_{1z} + \mu_1 A) - (k_{1z} - \mu_1 A) \exp(2k_{2z}d)} = |r| e^{-i\Phi_r}, \quad (10)$$

式中,  $|r| = 1$ ,  $\Phi_r$  为反射相位,三明治结构总的反射率为 1。

## 2 GH 位移的稳态相位法计算及数值模拟

由稳态相法<sup>[11]</sup>分析知,对于满足  $\Delta k \ll k$  的有

限入射波束,其反射波的 GH 位移为:

$$s = (-1/k_1)(d\Phi_r/d\varphi) \quad , \quad (11)$$

式中,  $k_1 = \omega \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1}/c$ ,  $\Phi_r$  为反射波相对于入射波的相移,  $\varphi$  为入射角。根据式(7)、式(8), 当  $C = \mu_x \mu_z [k_1^2 \sin^2 \varphi - \omega^2 \varepsilon_y (\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)] \geq 0$  时, 入射波会在第一界面处会发生全反射,

$$k_{2z} = [-\sin \alpha \cos \alpha (\mu_x - \mu_z) k_x]/(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \\ + i \sqrt{C/(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)^2} \quad . \quad (12)$$

由式(10)、式(11)和式(12), 得到第一界面发生全反射时 GH 位移的表达式:

$$s = [2\mu_1^2 \omega^2 [\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_y (\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)] \tan \varphi] \\ / \mu_x \mu_z X (k_1^2 \cos^2 \varphi + X^2) \quad , \quad (13)$$

式中,  $X = \pm \mu_1 \sqrt{[k_1^2 \sin^2 \varphi - \omega^2 \varepsilon_y (\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)]/\mu_x \mu_z}$ 。当  $\mu_x, \mu_z$  异号或同时为正时,  $X$  取“+”; 若  $\mu_x, \mu_z$  同时为负时,  $X$  取“-”。当  $C = \mu_x \mu_z [k_1^2 \sin^2 \varphi - \omega^2 \varepsilon_y \times (\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)] < 0$  时, 入射波会在第一界面处发生部分反射。

$$k_{2z} = [-\sin \alpha \cos \alpha (\mu_x - \mu_z) k_x]/(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \\ \pm \sqrt{(-C)/(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha)^2} \quad , \quad (14)$$

式中, “±”符号的选取应使能量向各向异性特异材料层中折射。由式(10)、式(14)得到:

$$\tan \Phi_r = \frac{k_{1z} \mu_1 A \sin(2k_{2z} d)}{[A^2 \mu_1^2 \cos^2(k_{2z} d) - k_{1z}^2 \sin^2(k_{2z} d)]} \quad , \quad (15)$$

在第一界面发生部分反射时 GH 位移为:

$$s = \frac{2\mu_1 k_{1x} d}{\mu_z k_{1z}} \frac{(A^2 \mu_x \mu_z - k_{1z}^2) \sin(2k_{2z} d)}{A^2 \mu_1^2 \cos^2(k_{2z} d) + k_{1z}^2 \sin^2(k_{2z} d)} \quad , \quad (16)$$

从上式可看出, 入射波在多层结构中传播时, 反射波的 GH 位移除了与特异材料的电磁参量(介电常数和磁导率)有关, 还与特异材料的厚度  $d$ , 入射角  $\varphi$  以及光轴与  $z$  轴的夹角  $\alpha$  有关。

由于特异材料的介电张量  $\hat{\varepsilon}_2$  和磁导率张量  $\hat{\mu}_2$  的各组元可为正也可取负, 所以各向异性特异材料有着丰富的色散关系, 可为双曲线或为椭圆。Smith 等人<sup>[9]</sup> 根据电磁波在特异材料中具有不同的传播性质, 把特异材料分为四类, 1. cutoff 型, 2. anti-cutoff 型, 3. never cutoff 型, 4. always cutoff 型。下面我们以四种类型的特异材料为中间层, 数值分析了正折射率材料 / 各向异性特异材料 / 金属三明治结构中反射波产生 GH 位移的条件及 GH 位移的正负情况。为简便起见, 我们仅讨论  $\mu_z < 0$  时, TE 反射波的 GH 位移性质, 而对于  $\mu_z > 0$  及 TM 波的情况则可进行相似的处理。

## 2.1 cutoff 型 $\varepsilon_y \mu_x > 0, \mu_x/\mu_z > 0$

### 2.1.1 第一界面处全反射

当满足  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y < \varepsilon_1 \mu_1$  且入射角  $\varphi > \varphi_c$  时, 波矢分量  $k_{2z}$  为虚数, 入射波在第一界面处会发生全反射, 反射波的 GH 位移为式(13), 此时  $\mu_x, \mu_z$  同时为负, 对应负的 GH 位移。

### 2.1.2 第一界面处部分反射

当满足  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y < \varepsilon_1 \mu_1$  且入射角  $0 < \varphi < \varphi_c$  或  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y > \varepsilon_1 \mu_1$  时, 波矢分量  $k_{2z}$  为实数, 在第一界面处会发生部分反射, 对应的 GH 位移为式(16)。因  $\mu_1, k_x, k_{1z}$  为正,  $\mu_z$  为负, 此时 GH 位移的符号主要由表达式  $f = (A^2 \mu_x \mu_z - k_{1z}^2) (\sin(2k_{2z} d)/2k_{2z} d) + k_{1z}^2$  决定。当  $f > 0$  时, GH 位移为负。值得注意的是, 此时 GH 位移的表达式中含有  $k_{2z} d$  的周期函数, 且随着特异材料薄层厚度  $d$  的增加, GH 位移产生振荡, 共振点处( $k_{2z} d = m\pi (m = 1, 2, 3, \dots)$ ) GH 位移达到极大值。

### 2.1.3 数值模拟

正折射率材料假设为空气, 取  $\varepsilon_y = -0.25, \mu_x = -3, \mu_z = -1$ 。图 2(a) 是  $\alpha = 0, \pi/6$  和  $\pi/4$ , 入射角  $\varphi > \varphi_c$  时的 GH 位移和入射角的关系。从图中可以看出, GH 位移为负值, 并随着入射角的增大, GH 位移的幅度也增大, 甚至达到数十倍的波长。多数情形下稳态相位法能给出与实验相符的结果, 但在临界角附近稳态相位法所计算出的 GH 位移将变得比较发散, 较实际结果偏差较大<sup>[11]</sup>。另外, 在电磁参量一定时, 特异材料光轴与  $z$  轴的夹角  $\alpha$  越大, 第一界面处发生全反射的临界角  $\varphi_c$  也越大。图 2(b) 所示则为入射角  $\varphi = \pi/3$  时, GH 位移随夹角  $\alpha$  的变化关系。可见 GH 位移始终为负, 并随夹角  $\alpha$  的增加 GH 位移的幅度增加。

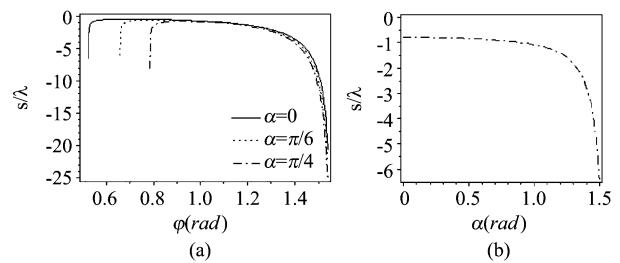


图 2 中间层为 cutoff 型特异材料, 在第一界面发生全反射时的 GH 位移性质 (a) GH 位移与入射角  $\varphi$  的关系 (b) GH 位移与夹角  $\alpha$  的关系

Fig. 2 The GH shift properties of the sandwich structure containing cutoff metamaterial when total reflection happens at the first interface (a) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$  (b) Dependence of the GH shifts on the angle  $\alpha$

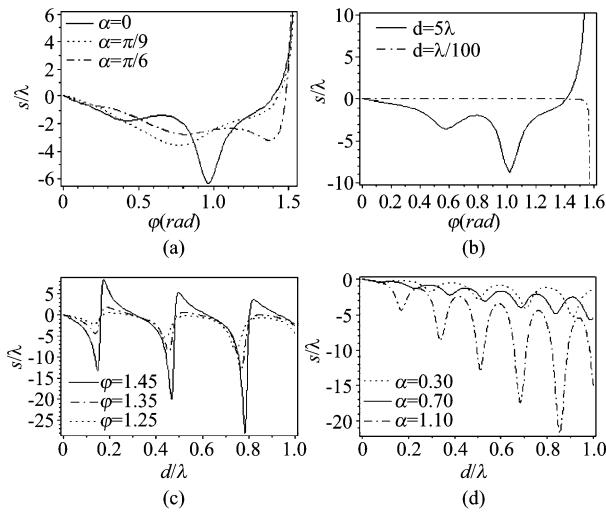


图3 中间层为 cutoff 型特异材料,在第一界面发生部分反射时的 GH 位移性质 (a) 不同  $\alpha$  角, GH 位移与入射角的关系 (b) 不同厚度  $d$ , GH 位移与入射角的关系 (c) 不同入射角  $\varphi$ , GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系 (d) 不同  $\alpha$  角, GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系

Fig. 3 The GH shift properties of the sandwich structure containing cutoff metamaterial when partial reflection happens at the first interface (a) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$  with different  $\alpha$  (b) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$  with different  $d$  (c) Dependence of the GH shifts on  $d$  with different  $\varphi$  (d) Dependence of the GH shifts on  $d$  with different  $\alpha$

取  $\varepsilon_y = -1, \mu_x = -0.5, \mu_z = -1.8$ , 当  $\alpha = 0, \pi/9$  和  $\pi/6$  时,  $k_{2z}$  是实数, 在第一界面发生部分反射. 图3(a) 为特异材料层厚度  $d = 4\lambda$ , 由式(16) 得到 GH 位移和入射角  $\varphi$  的关系. 当夹角  $\alpha$  一定, 入射角  $\varphi$  小于  $\pi/2$  时, GH 位移为负, 且其幅度随入射角的增加先增大, 在到达一定入射角后, GH 位移的幅度随入射角的增加而减少, 而当入射角趋于  $\pi/2$  时, GH 位移由负变正, 并趋于无穷大. 图3(b) 给出了不同厚度( $d = 5\lambda, \lambda/100$ ) 下 GH 位移与入射角  $\varphi$  的关系. 当特异材料厚度很薄时, 在全角范围内的反射波几乎都没有 GH 位移产生. 出现这种现象, 主要是因为反射波并非由界面直接反射, 而是在渗透介质的同时逐渐被反射, 其平均反射面位于穿透深度处, 厚度  $d$  很小时, 出现了所谓的光子隧穿<sup>[4]</sup>. 在厚度达到一定程度时, GH 位移会出现振荡. 图3(c) 则是不同入射角( $\varphi = 1.45, 1.35, 1.25$  rad) 时, GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系, 其中  $\alpha = 0$ . 随着厚度  $d$  的增加, GH 位移产生明显的正负振荡, 共振点处  $k_{2z}d = m\pi$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) 的 GH 位移的幅度值也随之增加; 而且随着入射角的增大, GH 位移的振荡幅度增加, 可达 25 倍的波长. 图3(d) 则为不同夹角  $\alpha$  ( $\alpha =$

$0.30, 0.70, 1.10$  rad) 时, GH 位移与厚度  $d$  的关系, 其中  $\varphi = 1.0$  rad. 从图中可以看出, 三明治结构反射波的 GH 位移为负, 并呈现不同周期的振荡, 随着夹角  $\alpha$  的增大, GH 位移的振荡更加明显, 幅度也迅速增加, 说明特异材料光轴与  $z$  轴的夹角  $\alpha$  对 GH 位移有着显著影响.

## 2.2 anti-cutoff 型 $\varepsilon_y \mu_x < 0, \mu_x / \mu_z < 0$

### 2.2.1 第一界面处全反射

若  $0 < (\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y < \varepsilon_1 \mu_1$  成立, 入射角  $0 < \varphi < \varphi_c$  时入射波会在第一界面处发生反常的全反射, 出现负的 GH 位移. 若  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y > \varepsilon_1 \mu_1$  成立, 则对于任何入射角的入射波都会在第一界面处发生全反射, 全角范围内出现正的 GH 位移.

### 2.2.2 第一界面处部分反射

若  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \varepsilon_y < 0$  成立, 波矢  $k_{2z}$  为实数, 在第一界面处发生了部分反射, 对应的 GH 位移表达式与式(16) 相同. 此时 GH 位移中含有  $k_{2z}d$  的周期函数, 且随着特异材料薄层厚度  $d$  的增加, GH 位移产生振荡, 共振点处( $k_{2z}d = m\pi$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ )) GH 位移达到极大值.

### 2.2.3 数值模拟

取  $\varepsilon_y = -0.5, \mu_x = 1, \mu_z = -1$ , 入射角  $0 < \varphi < \varphi_c$  时, 在第一界面发生全反射, 图4(a) 分别是  $\alpha = 0, 0.35, 0.70$  rad 时, GH 位移与入射角的关系. 可见 GH 位移与理论分析一致, 始终为负. 电磁参量一定时, 夹角  $\alpha$  越大, 第一界面处发生全反射的临界角  $\varphi_c$  却越小. 当取  $\varepsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$  时, 无论入射角为任何值都会产生正的 GH 位移, 计算结果如图4(b) 所示, 光轴与  $z$  轴夹角  $\alpha$  不同时 GH 位移随入射角的变化趋势基本相同, 这时受夹角  $\alpha$  影响比较小. 仍取  $\varepsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$ , 而当入射角  $\varphi = \pi/4$  rad 时, 由  $C \geq 0$  可得到  $0 \leq \alpha \leq \cos^{-1}(\sqrt{0.3})$ , 并由式(13) 得到 GH 位移和光轴与  $z$  轴夹角  $\alpha$  的关系, 如图4(c) 所示, 随着  $\alpha$  的增加, GH 位移在  $\alpha = 0.89$  rad 处由正变为负.

当取  $\varepsilon_y = -0.2, \mu_x = 1.8, \mu_z = -1, \alpha = 1.20, \alpha = 1.30$  和  $\alpha = 1.40$  时,  $k_{2z}$  是实数, 第一界面处发生部分反射. 特异材料薄层厚度  $d = 4\lambda$  时, GH 位移和入射角  $\varphi$  的关系, 如图5(a) 所示, GH 位移变化趋势与图3(a) 相似. 图5(b) 给出了不同入射角( $\varphi = 0.8, 1.0, 1.20$  rad) 时, GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系, 其中  $\alpha = 1.40$  rad. 可见, 随着厚度  $d$  的增

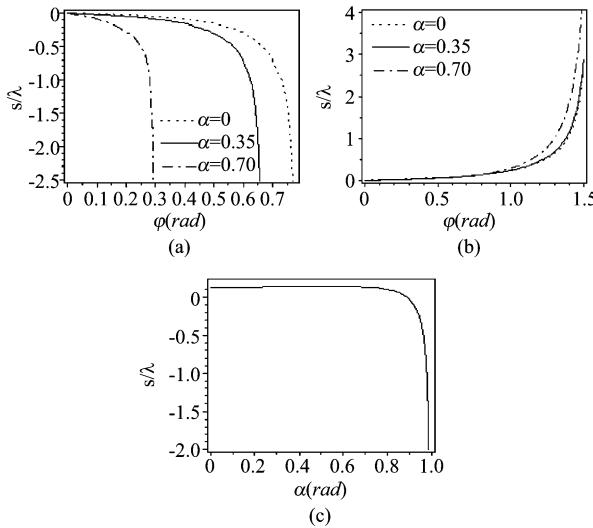


图4 中间层为 anti-cutoff 型特异材料, 第一界面处发生全反射时 GH 位移的性质 (a) 入射角小于临界角时 GH 位移与入射角的关系 (b)  $\epsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$  时, 全角范围内 GH 位移与入射角的关系 (c)  $\epsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$  时 GH 位移与夹角  $\alpha$  的关系

Fig. 4 The GH shift properties of the sandwich structure containing anti-cutoff metamaterial when total reflection happens at the first interface (a) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$  when the incident angle is smaller than the critical angle (b) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$ , where  $\epsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$  (c) Dependence of the GH shifts on  $\alpha$ , where  $\epsilon_y = -2, \mu_x = 0.5, \mu_z = -2$

加, GH 位移也产生了明显的振荡, 而且共振点处  $k_{2z}d = m\pi (m = 1, 2, 3 \dots)$  的 GH 位移的绝对值也随之增加. 图 5(c) 则为不同夹角  $\alpha (\alpha = 1.20, 1.30, 1.40 \text{ rad})$  时 GH 位移与厚度  $d$  的关系, 其中  $\varphi = 1.0 \text{ rad}$ . GH 位移的绝对值随夹角  $\alpha$  的增大, 变化不大, 此时夹角  $\alpha$  对 GH 位移的影响不是非常显著.

### 2.3 Never cutoff 型 $\epsilon_y, \mu_x > 0, \mu_x/\mu_z < 0$

Never cutoff 型特异材料的色散关系与 anti-cutoff 型特异材料的色散关系相似, 都是双曲线. 尤其是在特异材料光轴与主轴的夹角  $\alpha$  相同时, 二者双曲线的长轴相互垂直. 根据色散关系分析, 对于含 never-cutoff 型特异材料的三明治结构来说, 当  $\alpha$  不等于零时, 在第一界面既可以发生全反射也可以发生部分反射, 其全反射和部分反射的条件分别与 3.2.1 和 3.2.2 相同. 而在数值模拟计算中发现含 never cutoff 型特异材料三明治结构反射波的 GH 位移性质与 3.2 节内容相似, 这里不再重复给出.

### 2.4 Always cutoff 型 $\epsilon_y, \mu_x < 0, \mu_x/\mu_z > 0$

因为  $(\mu_x \sin^2 \alpha + \mu_z \cos^2 \alpha) \epsilon_y < 0$  总成立,  $k_{2z}$  总为虚数. 在特异材料中只有衰减波, 因此, 不论以何

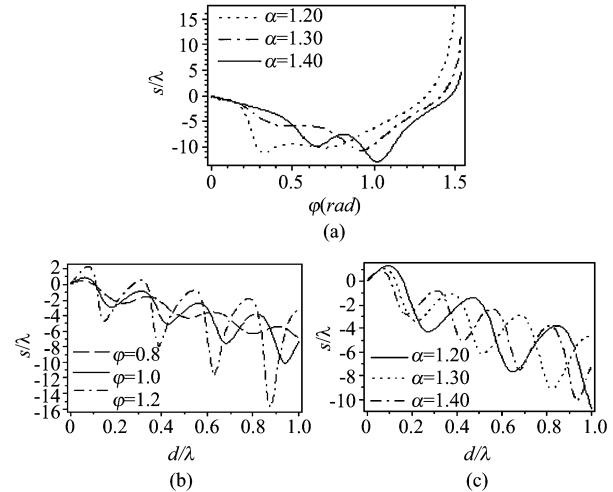


图5 中间层为 anti-cutoff 型特异材料, 第一界面处发生部分反射时 GH 位移的性质 (a) 不同  $\alpha$  角, GH 位移与入射角的关系 (b) 不同入射角  $\varphi$ , GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系 (c) 不同夹角  $\alpha$ , GH 位移与特异材料厚度  $d$  的关系

Fig. 5 The GH shift properties of the sandwich structure containing anti-cutoff metamaterial when partial reflection happens at the first interface (a) Dependence of the GH shifts on the incident angle  $\varphi$  with different  $\alpha$  (b) Dependence of the GH shifts on  $d$  with different  $\varphi$  (c) Dependence of the GH shifts on  $d$  with different  $\alpha$

入射角进行入射, 总会在第一界面处发生全反射, 产生负的 GH 位移, 且为负. 图 6 是在  $\epsilon_y = 1, \mu_x = -0.5, \mu_z = -1$  时 GH 位移与  $\varphi$  和  $\alpha$  之间的关系. 可见, 无论入射角为任何值都会产生负的 GH 位移, 且随着入射角的增大, GH 位移的幅度增大, 而基本不受光轴与  $z$  轴夹角  $\alpha$  的影响.

## 3 结语

以正折射率材料/各向异性特异材料/金属组成的三明治结构为研究对象, 利用稳态相位法给出了该结构反射波的 GH 位移解析表达式, 系统讨论了四种不同类型的特异材料为中间层情况下 GH 位移的产生条件和正负情况, 数值模拟分析了入射角  $\varphi$ 、

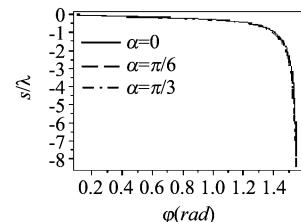


图6 中间层为 always cutoff 型特异材料的三明治结构反射波 GH 位移与入射角的关系

Fig. 6 Dependence of the GH shifts of the sandwich structure containing always cutoff metamaterial on the incident angle  $\varphi$

特异材料光轴与  $z$  轴夹角  $\alpha$ 、特异材料薄层厚度  $d$  对 GH 位移的影响。研究发现,适当选取特异材料的电磁属性、薄层厚度  $d$ 、夹角  $\alpha$  以及入射角  $\varphi$ ,可获得正的或负的具有大幅度的 GH 位移。其中,对于 cutoff, anti-cutoff 和 never cutoff 型特异材料,薄层厚度  $d$  和夹角  $\alpha$  对 GH 位移都有着显著的影响,而对于 always cutoff 型特异材料,不论以何入射角入射,反射波总存在负的 GH 位移。通过对特异材料结构中 GH 位移的研究,将有利于特异材料在微波或光学系统中的应用。

## REFERENCES

- [1] CHEN Xi, LI Chun-fang, BAN Yue. Novel displacement in transmission through a two-dimensional semiconductor barrier[J]. *Phys. Lett. A*, 2006, **354**(1): 161–165.
- [2] XU Guo-ding, ZANG Tao-cheng, MAO Hong-min, et al. Nonlinear Goos-Hänchen shifts due to surface polarization resonance in Kretschmann configuration with a Kerr-type substrate[J]. *Phys. Lett. A*, 2010, **374**(34): 3590–3593.
- [3] Alishahi F, Mehrany K. Analytical expression of giant Goos-Hänchen shift in terms of proper and improper modes in waveguide structures with arbitrary refractive index profile [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(11): 1759–1761.
- [4] XIANG Y, DAI X, WEN S. Negative and positive lateral shift of a light beam reflected from an indefinite medium
- slab[J]. *Appl. Phys. A*, 2007, **87**(2): 285–290.
- [5] JIANG Yong-yuan, ZHANG Yong-qiang, SHI Hong-yan, et al. The Goos-Hänchen shift on the surface of uniaxially anisotropic left-handed material [J]. *Acta Phys. Sin.* (姜永远, 张永强, 时红艳, 等. 单轴各向异性左手介质表面的 Goos-Hänchen 位移. 物理学报), 2007, **56**(2): 798–804.
- [6] WANG Z P, WANG C, ZHANG Z H. Goos-Hänchen shift of the uniaxially anisotropic left-handed material film with an arbitrary angle between the optical axis and the interface [J]. *Opt. Comm.*, 2008, **281**: 3019–3024.
- [7] ZHANG Li-wei, ZHANG Ye-wen, LI Hai-yang, et al. Three-wave coupling in nonlinear left-handed metamaterials [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (张利伟, 张治文, 李海洋, 等. 基于微带传输线的由特异材料构成的一维光子晶体. 红外与毫米波学报), 2009, **28**(1): 20–24.
- [8] CHEN Liang, LIANG Chang-hong, LIANG Le, et al. Three-wave coupling in nonlinear left-handed metamaterials [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (陈亮, 梁昌洪, 梁乐, 等. 非线性左手材料中的三波耦合. 红外与毫米波学报), 2008, **27**(4): 299–302.
- [9] Smith D R, Schurig D. Electromagnetic Wave Propagation in Media with Indefinite Permittivity and Permeability Tensors[J]. *Phy. Rev. Lett.*, 2003, **90**(7): 077405.
- [10] WANG Li-gang, CHEN Hong, LIU Nian-hua, et al. Negative and positive lateral shift of a light beam reflected from a grounded slab [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(8): 1124–1126.
- [11] Artmann K. Berechnung der seitenversetzung des reflektierten strahles[J]. *Ann. Phys.*, 1948, **437**(2): 87–102.

(上接 400 页)

desirable properties of the Murphy's averaging and Deng's weighted averaging. In addition, the proposed method can efficiently handle conflicting evidence with better performance of convergence.

In future work, more factors will be analyzed and used in establishing the weight to construct more powerful evidence combination approaches.

## REFERENCES

- [1] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence. Princeton: Princeton University Press, 1967.
- [2] Zadeh L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. *AI magazine*, 1986, **2**(7): 85–90.
- [3] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F. Efficient combination approach of conflict evidence[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (邓勇, 施文康, 朱振福. 一种有效处理冲突证据的组合方法. 红外与毫米波学报), 2004, **23**(2): 27–32.
- [4] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Science*, 1987, **41**(2): 93–137.
- [5] Yamada K. A new combination of evidence based on compromise[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, **159**(13): 1689–1708.
- [6] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief functions

- combination and conflict management[J]. *Information Fusion*, 2002, **3**(2): 149–162.
- [7] Han D Q, Han C Z, Yang Y. A modified evidence combination approach based on ambiguity measure *Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion* [C]. Cologne, Germany, 2008, 1346–1351.
- [8] Torra V, Narukawa Y, Inuiguchi M, et al. Modeling Decisions for Artificial Intelligence, 2009, **5861**: 217–230.
- [9] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. *Decision Support Systems*, 2000, **29**(1): 1–9.
- [10] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. *Decision Support Systems*, 2004, **38**(3): 489–493.
- [11] Josselme A L, Liu C S, Grenier D, et al. Measuring ambiguity in the evidence theory[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, 2006, **36**(5): 890–903.
- [12] Josselme A L, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence [J]. *Information Fusion*, 2001, **2**(2): 91–101.
- [13] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief mode [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, **12**(5): 447–458.
- [14] Klir G J, Lewis H W. Remarks on “Measuring Ambiguity in the Evidence Theory” [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2008, **38**(4): 995–999.